



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

ODHAD ZBYTKOVÉ ŽIVOTNOSTI ŽELEZNIČNÍHO DVOJKOLÍ

RESIDUAL FATIGUE LIFE ESTIMATION OF RAILWAY WHEELSET

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. PAVEL POKORNÝ

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

doc. Ing. LUBOŠ NÁHLÍK, Ph.D.

BRNO 2012

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2011/12

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Pavel Pokorný

který/která studuje v **magisterském studijním programu**

obor: **Inženýrská mechanika a biomechanika (3901T041)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Odhad zbytkové životnosti železničního dvojkolí

v anglickém jazyce:

Residual fatigue life estimation of railway wheelset

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Pro zajištění bezpečného provozu železničního dvojkolí, potažmo celé vlakové soupravy, je zapotřebí znát odhad tzv. únavové zbytkové životnosti dvojkolí (tj. počet cyklů, který potřebuje iniciační defekt do nárůstu na kritickou velikost). Znalost zbytkové životnosti lze využít při návrhu dvojkolí, stanovení jeho servisních intervalů či pro kontrolu již provozovaných dvojkolí.

Cílem diplomové práce je na základě lineární teorie pružnosti a za pomoci metod lineární elastické lomové mechaniky stanovit únavovou zbytkovou životnost modelového železničního dvojkolí, přičemž vzít do úvahy proměnlivé zatěžování tohoto dvojkolí. K nezbytným numerickým výpočtům bude použit matematický software Matlab, popř. Ansys.

Cíle diplomové práce:

Součástí práce bude:

- seznámení s postupy lineární elastické lomové mechaniky
- seznámení s postupy stanovení zbytkové životnosti
- stanovení zbytkové životnosti zadaného železničního dvojkolí

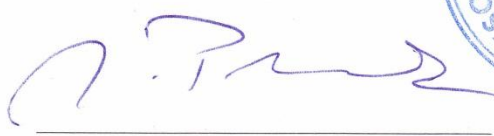
Seznam odborné literatury:

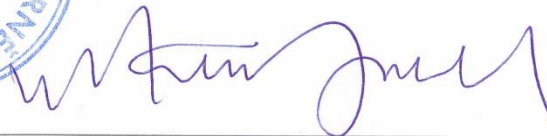

- [1] Anderson, T. L. Fracture mechanics: fundamentals and applications. 2nd ed. London: CRC Press, 2000.
- [2] Lauschmann, H. Mezní stavy I, Únava materiálu. Skriptum ČVUT v Praze, 2. vydání, 2007.
- [3] Klesnil, M., Lukáš, P. Fatigue of Metallic Materials (Academia Praha, Czech Rep. 1992).

Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Luboš Náhlík, Ph.D.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2011/12.

V Brně, dne 17.11.2011


prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu


prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.
Děkan

ABSTRAKT

První část této práce je věnována problematice vysokocyklové únavy materiálu a zejména problematice rostoucí trhliny za použití lineární elastické lomové mechaniky. Velká část této práce je zaměřená na koncepci součinitele intenzity napětí. Tato koncepce je v dnešní době jednou z nejpoužívanějších koncepcí pro popis tělesa s trhlinou. První část je zakončena teoretickými přístupy pro stanovení zbytkové únavové životnosti tělesa s trhlinou. Druhá část je zaměřena na určení zbytkové únavové životnosti zadaného železničního dvojkolí. Na daném železničním dvojkolí je předpokládán defekt typu trhlina. Cílem práce je odhadnout, jak dlouho bude trvat, než trhlina naroste z iniciační velikosti na kritickou délku a dojde k lomu železničního dvojkolí. Poslední část této práce je věnována vlivu pořadí zátěžných cyklů na rychlost růstu trhliny.

ABSTRACT

The first part of this master's thesis deals with the high cycle fatigue of materials, especially on growing cracks using linear elastic fracture mechanics. Much of this work is focused on the concept of stress intensity factor. This concept is nowadays one of the most widely used concepts for describing a body with crack. The first part ends with theoretical approaches to determine the residual fatigue life of the body with a crack. The second part of this master's thesis is focused on the determination of residual fatigue life of a specified railway wheelset. An existence of crack-like defect is assumed at the railway wheelset. The goal of this master's thesis is to estimate how long it will take to grow from initial defect to a critical crack length. The last part of this master's thesis is devoted to addition order load cycles on crack growth rate.

KLÍČOVÁ SLOVA

zbytková životnost, železniční dvojkolí, trhlina, součinitel intenzity napětí, lineární elastická lomová mechanika

KEYWORDS

residual life, railway wheelset, crack, stress intensity factor, linear elastic fracture mechanics

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

POKORNÝ, P. *Odhad zbytkové životnosti železničního dvojkolí*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 86 str. + 23 str. (příloha). Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Luboš Náhlík, Ph.D.

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucímu diplomové práce panu doc. Ing. Luboši Náhlíkovi, Ph.D. za odborné konzultace, rady, cenné připomínky a hlavně za věnovaný čas. Dále bych chtěl poděkovat své rodině a svým blízkým za podporu během studia.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, pouze pod odborným vedením doc. Ing. Luboše Náhlíka, Ph.D. a s použitím literatury, kterou uvádím v seznamu na konci této práce.

V Brně 15.5.2012

Bc. Pavel Pokorný – autor práce

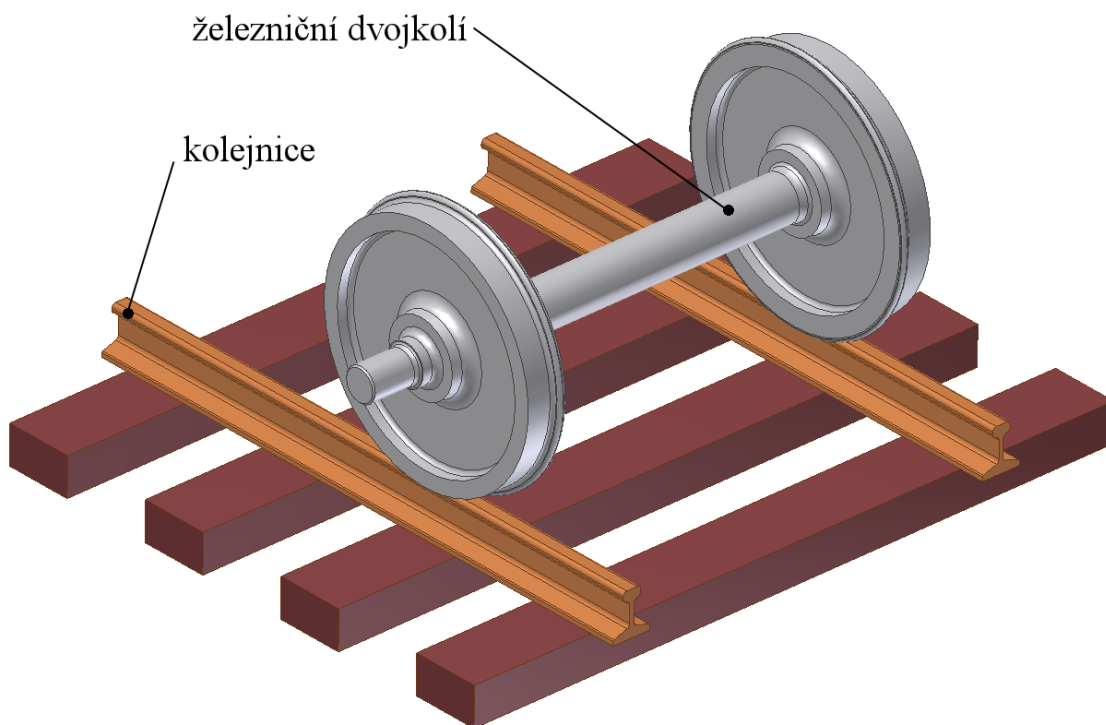
OBSAH

1. ÚVOD	11
2. PROBLÉMOVÁ SITUACE.....	12
2.1. FORMULACE PROBLÉMU.....	12
2.2. VÝBĚR METODY ŘEŠENÍ.....	12
2.3. FORMULACE CÍLŮ	12
3. ÚVOD DO ŽIVOTNOSTI STROJNÍCH SOUČÁSTÍ.....	13
3.1. DRUHY ZATÍŽENÍ PODLE ČASOVÉHO HLEDISKA.....	13
3.2. ÚVOD DO ÚNAVOVÉHO PORUŠENÍ.....	13
3.2.1. ETAPY ÚNAVOVÉHO PORUŠENÍ.....	14
3.3. VYSOKOCYKLOVÁ ÚNAVA	16
3.3.1. DEFEKTY U REÁLNÝCH STROJNÍCH SOUČÁSTÍ.....	17
3.3.2. DEFINICE ZÁKLADNÍCH POJMŮ U TĚLES S TRHLINOU	17
4. LOMOVÁ MECHANIKA	18
4.1. HISTORIE LOMOVÉ MECHANIKY	18
4.2. NAPJATOST TĚLESA S VRUBEM	18
4.3. NAPJATOST TĚLESA S TRHLINOU	20
4.4. ZÁKLADNÍ ROZDĚLENÍ LOMOVÉ MECHANIKY	22
5. LINEÁRNÍ ELASTICKÁ LOMOVÁ MECHANIKA	23
5.1. SOUČINTEL INTENZITY NAPĚTÍ – K	23
5.2. KOREKCE SOUČinitele INTENZITY NAPĚTÍ	25
5.3. RŮSTOVÉ ZÁKONY	28
5.3.1. ZATĚŽOVÁNÍ KONSTANTNÍM CYKLEM.....	28
5.3.2. ZATĚŽOVÁNÍ PROMĚNLIVÝMI CYKLY	31
5.4. ZBYTKOVÁ ŽIVOTNOST PŘI ZATĚŽOVÁNÍ KONSTANTNÍM CYKLEM	34
5.5. ZBYTKOVÁ ŽIVOTNOST PŘI ZATĚŽOVÁNÍ PROMĚNNÝM CYKLEM ...	35
5.5.1. METODY NEUVAŽUJÍCÍ POŘADÍ CYKLŮ	35
5.5.2. METODY UVAŽUJÍCÍ POŘADÍ CYKLŮ	39
5.6. DALŠÍ PODSTATNÉ VELIČINY OVLIVŇUJÍCÍ RŮST TRHLINY	41
6. ŽELEZNIČNÍ DVOJKOLÍ	42
6.1. MECHANICKÉ ZATÍŽENÍ PŮSOBÍCÍ NA ŽELEZNIČNÍ DVOJKOLÍ	43
6.1.1. STANOVENÍ KRITICKÉHO MÍSTA NA ZADANÉM ŽELEZNIČNÍM DVOJKOLÍ.....	48

6.2. STANOVENÍ VELIKOSTI NAPĚTÍ V KRITICKÉM MÍSTĚ PŘI PROVOZNÍCH PODMÍNKÁCH	53
6.3. STANOVENÍ TVAROVÉ FUNKCE	55
6.4. STANOVENÍ ZATÍŽENÍ V KRITICKÉM MÍSTĚ	62
6.5. MATERIÁLOVÉ CHARAKTERISTIKY ŽELEZNIČNÍHO DVOJKOLÍ	63
7. NAPROGRAMOVANÉ PROSTŘEDÍ V MATLABU	65
7.1. SKRIPT MECHANIKA – ODHAD ZBYTKOVÉ ŽIVOTNOSTI ŽELEZNIČNÍHO DVOJKOLÍ.....	65
8. VLIV POŘADÍ CYKLŮ NA RŮST TRHLINY.....	73
9. ZÁVĚR	80
SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ.....	82
SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ.....	83
SEZNAM PŘÍLOH.....	86

1. ÚVOD

Technické požadavky dnešní doby často vyžadují garantovanou životnost výrobku. V průběhu doby života výrobku se mohou měnit jeho materiálové vlastnosti, jeho geometrie nebo zatížení. Typickým procesem vedoucím ke konečné životnosti je „únavu materiálu“. Únava materiálu vzniká vlivem časově proměnného mechanického zatížení, které způsobí degradaci výrobku. Tato degradace se nejprve projeví lokální změnou materiálových charakteristik a následně vznikem trhlin, které postupně rostou. Jakmile trhlina naroste na kritickou hodnotu, dojde k rychlému porušení soudržnosti výrobku. Zpravidla je toto porušení pro další funkci výrobku nepřijatelné a výrobek nemůže dále vykonávat svoji funkci. Nebezpečím tohoto procesu je, že s životností součásti většinou souvisí životnost celé soustavy. Pokud tedy dojde např. k poškození železničního dvojkolí (obr. 1.1) u vlakového vagónu, zcela jistě to bude znamenat havárii celé vlakové soupravy. Tím pádem dojde ke značným ekonomickým škodám a nezřídka může být ohroženo také zdraví a životy lidí, kteří ve vlaku cestují. Z tohoto důvodu je tedy nutné věnovat této problematice značnou pozornost. V dnešní době lze díky značnému pokroku v této oblasti během posledních cca 50 let poměrně dobře modelovat růst únavové trhliny a odhadnout zbytkovou únavovou životnost součásti. Tyto znalosti se pak mohou využít k určení intervalů servisních prohlídek cyklicky namáhaných součástí či k optimalizaci jejich tvaru vzhledem k únavové životnosti, což přispívá ke zvýšení bezpečnosti jejich provozu.



obr. 1.1 – zjednodušený model železničního dvojkolí

2. PROBLÉMOVÁ SITUACE

Dle [3] je problémová situace definovaná jako nestandardní situace, odlišná od situace běžné, a to v tom, že její vyřešení vyžaduje použít i jiné než rutinní, tj. známé, resp. i algoritmizované činnosti. Řešitel musí využívat informační, hodnotící, tvůrčí a rozhodovací činnosti a hledat metody řešení.

Tato diplomová práce je zaměřena na odhad zbytkové životnosti železničního dvojkolí. Železniční dvojkolí je složeno ze dvou kol nalisovaných na nápravu. V kritickém místě nápravy se bude předpokládat existence počáteční trhliny o podlimitních rozměrech, která nebyla odhalena používanými defektoskopickými metodami. Původ vzniku takového defektu mohl být již při výrobě nebo vzniknul vlivem provozního zatížení. Je tedy nutné mít k dispozici nástroje pro popis růstu takovéto trhliny a předejít situaci, že se rozšíří na kritickou délku, která by mohla způsobit havárii vlakové soupravy. Celá situace je zkomplikovaná faktem, že cyklické zatížení nemá konstantní amplitudu. V práci se bude pracovat se skutečnými naměřenými hodnotami napětí v kritickém místě nápravy. Průběh tohoto napětí není v čase dokonale harmonický, neboť se železniční dvojkolí pohybuje po nedokonalé kolejnici, přejíždí přes spoje kolejnic, výhybky, atd. Kolejnice má nerovnosti např. v místech svaření dvou kolejnic, kde sebemenší nerovnost vyvolá při průjezdu vlakové soupravy rázy, které zvýší hodnoty naměřeného napětí.

2.1. FORMULACE PROBLÉMU

Odhadnout zbytkovou životnost železničního dvojkolí (tj. počet cyklů, který potřebuje počáteční defekt do nárůstu na kritickou velikost).

2.2. VÝBĚR METODY ŘEŠENÍ

Podle zadání se má užít metod lineární elastické lomové mechaniky (LELM), avšak řešení je komplikováno tím, že amplituda cyklického zatěžování není konstantní. U takového průběhu zatížení existují metody, které signál tzv. setřídí tak, aby se s ním následně lépe pracovalo a snáze se aplikovaly procedury pro určení zbytkové únavové životnosti. V technické praxi se velmi často k tomuto účelu používá metoda Rainflow - [2]. Tato metoda však patří do metod, které neberou následně v úvahu pořadí zatěžujících cyklů, a proto mohou být v některých případech výsledky zkresleny od skutečnosti. Z tohoto důvodu bude užito více metod a výsledky budou následně porovnány.

2.3. FORMULACE CÍLŮ

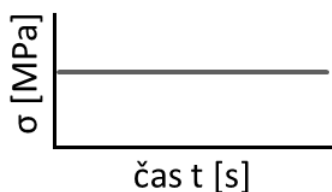
- seznámení s postupy lineární elastické lomové mechaniky
- seznámení s postupy stanovení zbytkové únavové životnosti
- stanovení zbytkové životnosti zadaného železničního dvojkolí
- vytvoření skriptu pro výpočet zbytkové únavové životnosti v prostředí MATLAB
- porovnání metod uvažujících pořadí a metod neuvažujících pořadí jednotlivých cyklů

3. ÚVOD DO ŽIVOTNOSTI STROJNÍCH SOUČÁSTÍ

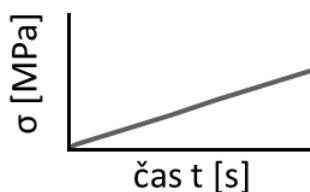
3.1. DRUHY ZATÍŽENÍ PODLE ČASOVÉHO HLEDISKA

Podle zdroje [4] lze zatížení, kterým jsou konstrukce při svém provozu vystaveny, rozdělit v závislosti na čase t obecně do tří základních skupin:

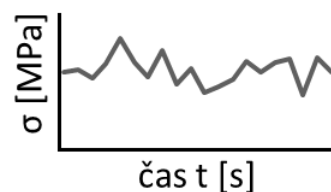
- Statické zatížení** (obr. 3.1) – velikost zatížení (a tedy i odpovídající napětí) je prakticky konstantní, tj. $d\sigma/dt=0$. Příkladem mohou být budovy (tj. konstrukce namáhané pouze silou tíže), přehrady apod.
- Monotónní zatěžování** – závislost zatížení (napětí) na čase má monotónní charakter; platí např. $d\sigma/dt=\text{konst.}\neq 0$ (viz obr. 3.2). Tohoto způsobu zatěžování se v laboratorních podmínkách používá např. při klasických tahových zkouškách nebo při zkouškách lomové houževnatosti tříbodovým ohybem.
- Proměnné zatěžování** (obr. 3.3) – zatížení a jím vyvolané napětí se v čase mění, přičemž dochází ke střídání etap růstu s etapami poklesu (tj. ke střídání znaménka derivace $d\sigma/dt$).



obr. 3.1 – statické zatížení



obr. 3.2 – monotónní zatížení



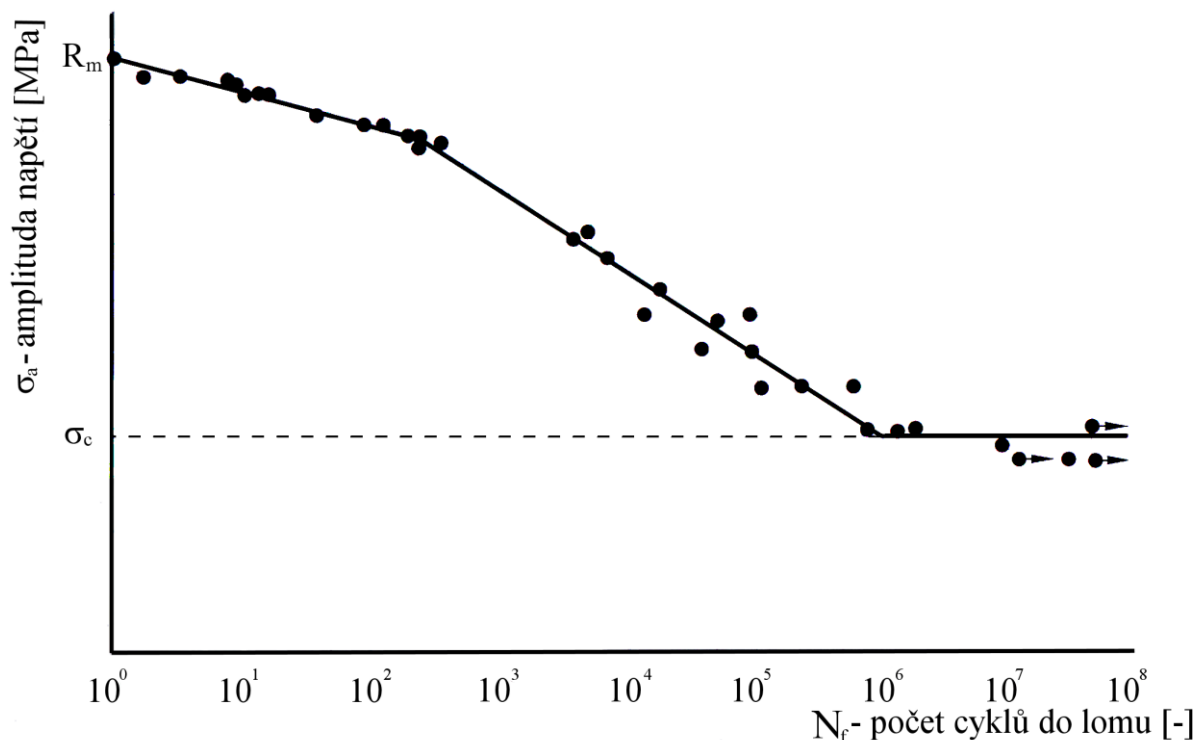
obr. 3.3 – proměnné zatížení

V technické praxi se často setkáváme právě s případy, kdy se zatěžování součástí v čase mění. Je tomu tak i v případě železničního dvojkolí, kde krajní vlákno na povrchu rotujícího hřídele zatíženého v ohybu je při každé otáčce střídavě namáháno v tahu a tlaku.

3.2. ÚVOD DO ÚNAVOVÉHO PORUŠENÍ

Dle [5] bylo zjištěno, že při působení proměnného zatěžování došlo k porušení součásti stroje, ačkoliv pečlivý rozbor prokázal, že skutečné maximální napětí bylo výrazně nižší nežli mez pevnosti materiálu, a mnohdy dokonce než jeho mez kluzu. Nejcharakterističtější rysem těchto poruch je skutečnost, že zatěžování bylo aplikováno opakovaně po velmi dlouhou dobu. Toto porušení je proto nazýváno únavovým porušením.

Již koncem 19. století se únavou zabýval německý inženýr August Wöhler. Wöhler prováděl experimenty, ve kterých zatěžoval zkušební vzorky, jež nesly charakteristické prvky vlakových náprav, sinusovým střídavým napětím. Přitom zjišťoval počet cyklů, které součást vydrží, než dojde k lomu. Provedením několika experimentů s různými hodnotami amplitudy napětí získal tzv. S-N křivku (někdy nazývána jako Wöhlerova křivka). Tato křivka je vidět na obr. 3.4. U většiny ocelí přechází skloněná větev Wöhlerovy křivky v určitém místě do horizontální části. Pevnost zkušebních vzorků odpovídající tomuto místu (které leží v oblasti 10^6 až 10^7 cyklů) nazýváme mez únavy σ_c . Pokud bude vzorek zatěžován střídavým napětím o amplitudě menší než σ_c , tak mluvíme o tzv. „neomezené“ životnosti tělesa - [5].



obr. 3.4 - Wöhlerova křivka – upraveno [5]

Podle rozsahu a míry plastické deformace rozlišujeme - [2]:

1. **kvazistatické zatížení** 10^0 až 10^2 cyklů (velká plastická deformace)
2. **nízkocyklová únava** 10^2 až 10^5 cyklů (NCÚ, low cycle fatigue): cyklická plastická deformace probíhá v makroobjemu, případně v celém průřezu tělesa.
3. **vysokocyklová únava** 10^5 a více cyklů (VCÚ, high cycle fatigue): těleso se nachází ve stavu makroskopicky elastickém (výpočetně pod mezí kluzu). Únavová porucha vzniká lokální plastickou deformací v mikroskopickém (strukturním) měřítku.

3.2.1. ETAPY ÚNAVOVÉHO PORUŠOVÁNÍ

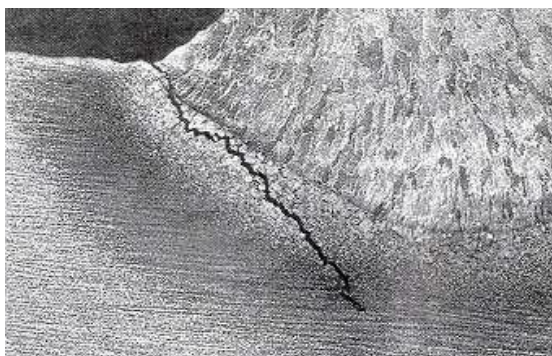
Únavový život cyklicky zatěžované konstrukce se skládá z několika kvalitativně odlišných etap [2].

1. **etapa – iniciace trhliny**
2. **etapa – stabilní růst makrotrhliny**
3. **etapa – dolom**

Podle [2] makrotrhlinou se rozumí trhlina, která:

- je zachytitelná defektoskopickými metodami
- velikostí podstatně převyšuje charakteristické rozměry struktury materiálu
- roste typickým únavovým mechanismem popsatelným aparátem mechaniky kontinua

Na obr. 3.5 je vidět trhlina šířící se z okraje svarového spoje.

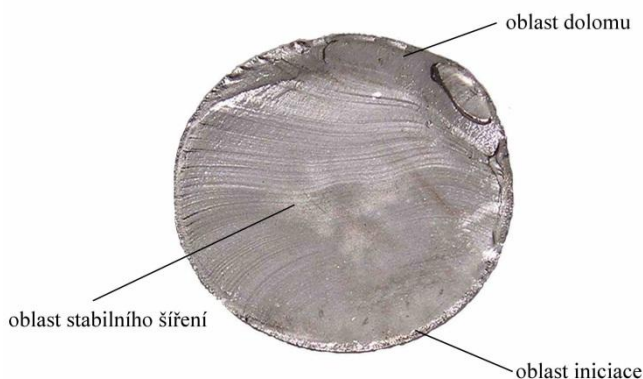


obr. 3.5 – trhlina na svařené součásti [7]

V literatuře [2] je dále uvedeno, že z fyzikálního hlediska se etapa iniciace rozpadá na tři různé podetapy, takže celý proces probíhá v pěti na sebe navazujících etapách:

1. **etapa – stadium změn mechanických vlastností materiálu:** změny se týkají celého objemu tělesa, vzhledem k odlišným podmínkám napjatosti jsou ovšem nejintenzivnější v povrchové vrstvě;
2. **etapa – stadium nukleace trhliny:** koncentrace cyklické plastické deformace v některých místech (nejčastěji na povrchu) tělesa, až v jednom nebo několika místech vzniká nespojitost;
3. **etapa – šíření krátké (strukturní) trhliny:** velikost trhliny je v měřítku charakteristické dimenze strukturních složek. Proces probíhá v nehomogenním anizotropním prostředí, neřídí se mechanikou kontinua;
4. **etapa – šíření makrotrhliny:** koncentrace cyklické plastické deformace na čele únavové trhliny, trhlina skokovitě roste lokálním plastickým procesem. Trhlina je velká oproti rozměrům struktury, lze aplikovat mechaniku kontinua.
5. **etapa – dolom:** nestabilní porušení zbytkového průřezu. Kritické hodnoty pro nestabilitu trhliny mohou být jiné než ve statickém případě, protože materiál je změněn únavovým procesem.

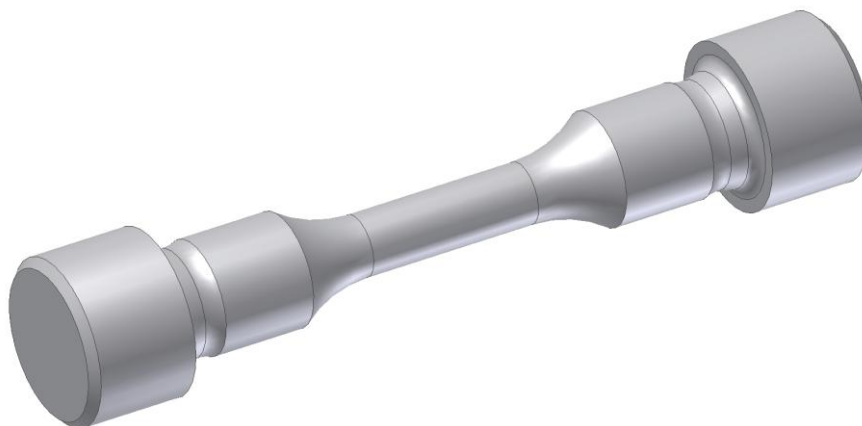
Typický únavový lom je vidět na obr. 3.6. Na tomto obrázku je též vidět oblast iniciace, kde došlo k vytvoření trhliny. Tato trhlina se šířila přes velkou část průřezu (plocha se žlábků – typická pro únavový lom) až nakonec došlo k dolomu.



obr. 3.6 – únavový lom [7]

Dle [2] je životnost definovaná jako počet cyklů do lomu N_f (f od fatigue) nebo obecněji doba do lomu. Pojetím životnosti se zásadně odlišují dvě základní únavářské koncepce:

1. **fyzikálně orientovaný přístup:** proces se rozkládá na etapy, které se studují odděleně. Výsledná životnost je součtem dob trvání iniciace a šíření resp. součet etap 1 až 4;
2. **technicky orientovaný přístup:** zkoumá se celková životnost bez zřetele k jednotlivým etapám. Tento přístup je oprávněn při znalosti podílu jednotlivých etap, zejména v případě, že časový podíl některých etap je zanedbatelný. Konkrétně u hladkých zkušebních těles jako na obr. 3.7 tvoří iniciace 85 až 95 % doby života.



obr. 3.7 – zkušební vzorek pro měření únavových charakteristik

3.3. VYSOKOCYKLOVÁ ÚNAVA

Vysokocyklová únava je proces porušování při makroskopicky elastickém namáhání tělesa jako celku (výpočetně je celý objem tělesa namáhán pod mezí kluzu). Při dokonalé elastické deformaci by poškození bylo vyloučeno. Praktické zkušenosti však ukazují, že i součásti zatížené pod mezí kluzu se mohou poškodit. V literatuře [2] jsou uvedeny dva hlavní faktory:

1. **Anelasticita** – Na monokrystalech kovů byla pozorována hystereze průběhu napětí – deformace i při velmi malých cyklických napětích. Jde o jevy na pokraji měřitelnosti evidované obvykle nepřímou, proto se pro ně používají různé názvy (anelasticita, nedokonalá pružnost, vnitřní tření, rozptyl energie, vnitřní tlumení, cyklická houževnatost, atd.).
2. **Statické rozložení vlastností mikroobjemů** – Reálný materiál má heterogenní strukturu tvořenou anizotropními krystalovými zrny, případně různými fázemi a příměsemi. Tuhost materiálu ve směru působení síly je proto náhodná veličina, jejíž hodnota se místo od místa liší. Struktura nepřenáší silový tok rovnoměrně, lokální napjatost je trojosá a vznikají lokální koncentrace napětí a deformace. Od určitého vnějšího napětí probíhají v náhodně rozložených mikroobjemech plastické procesy, ačkoliv těleso jakožto kontinuum je namáháno elasticky.

3.3.1. DEFEKTY U REÁLNÝCH STROJNÍCH SOUČÁSTÍ



obr. 3.8 – trhlina na odlitku

Podle literatury [8] platí skutečnost, že každá reálná součást obsahuje již od výroby ostré vady nebo přímo trhliny. To platí zejména o konstrukcích se svarovými spoji a o odlitcích. V případě svarových spojů jsou to především neprůvary a trhliny vzniklé buďto v průběhu svařování v důsledku nevhodného teplotního režimu nebo po svaření v důsledku přítomnosti příliš velkých zbytkových napětí. V případě odlitků jsou to kromě ředin a dutin zejména trhliny vznikající v průběhu chladnutí u velmi malých poloměrů zaoblení. Příklad vzniklé trhliny u technologie lití je vidět na obr. 3.8.

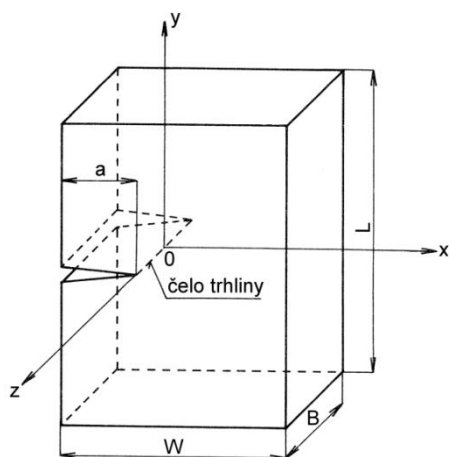
Na předchozím obrázku je vidět trhlina i pomocí lidského oka, v mnoha případech tomu ale tak není a musí se využít některá defektoskopická metoda. V dnešní době se využívají především nedestruktivní metody, mezi které patří: optické metody, ultrazvuková metoda, metoda akustické emise, kapilární metoda, magnetická metoda, rentgen a další. Podrobnější rozbor těchto metod není předmětem diplomové práce, a proto zde nebudou popsány detailněji.

Rozvoj nedestruktivní defektoskopie vede k tomu, že lze detekovat stále větší část z existujících vad; přesto je však nutno počítat i s vadami, které nejsou detekovány - [8]. A to je i případ předložené diplomové práce, ve které bude uvažována existence počátečního defektu typu trhlina a cílem bude odhadnout zbytkovou únavovou životnost železničního dvojkolí. V případě předpokládané trhliny mohou dále nastat 3 případy:

1. trhlina se šířit nebude
2. trhlina se bude šířit stabilně – pomalý růst
3. trhlina se bude šířit nestabilně – nastane lom

Odpověď na otázku, který ze tří případů při daných podmínkách nastane, dává lomová mechanika.

3.3.2. DEFINICE ZÁKLADNÍCH POJMŮ U TĚLES S TRHLINOU



obr. 3.9 – těleso s trhlinou - [4]

Pro popis rozdělení napětí v tělese s trhlinou se často používá pravoúhlý souřadnicový systém x , y , z , jehož počátek je ve středu na čele trhliny (někdy označováno jako kořen trhliny – 2D tělesa), viz obr. 3.9. Osa x je orientována ve směru šíření trhliny, tj. kolmo na čelo, které se pro jednoduchost obvykle bere za přímkové.

Dále - [4]:

W je šířka tělesa

L je délka tělesa

B je tloušťka tělesa

a je délka trhliny

4. LOMOVÁ MECHANIKA

Hlavním úkolem lomové mechaniky je řešení otázky popisu kinetiky šíření defektů a stanovení podmínek jejich zastavení. Vhodnou aplikací poznatků lomové mechaniky již ve stádiu návrhu a vývoje konstrukcí lze významně snížit riziko poruchy a tedy zvýšit bezpečnost a spolehlivost provozu konstrukce - [4].

4.1. HISTORIE LOMOVÉ MECHANIKY

Lomová mechanika je obor, který vznikl v důsledku technického rozvoje. Z dnešního pohledu byl výrazný technický pokrok v 19. století, kdy se rozvinulo uplatnění kovů a jejich slitin. Tento pokrok byl provázen rostoucím počtem havárií konstrukcí (např. ocelových



mostů, částí podvozků železničních vozů, kolejnic, rozměrných zásobníků plynu, kotlů apod.). Řada těchto havárií měla tragické následky, viz obr. 4.1. Např. v letech 1860-1870 umíralo ve Velké Británii asi 200 lidí ročně při železničních neštěstích. - [4]. Jak již bylo uvedeno ve 3. kapitole této práce, únavou materiálu se v tomto období začal zabývat August Wöhler, přičemž byla jeho práce motivována do té doby téměř neznámými "únavovými" problémy při provozování vlakových souprav.

obr. 4.1 – havárie lokomotivy - [6]

Skutečným mezníkem pro lomovou mechaniku byla 2. světová válka, kdy bylo snahou vytvořit lodě, které by šly vyrobit levněji a v kratším výrobním čase. Z těchto důvodů se začaly vyrábět lodě Liberty, které měly celosvařovaný trup místo tehdy konvenčního nýtovaného trupu. U svařovaného trupu se však objevovaly značné defekty a řada takto vyrobených lodí se rozlomila na dvě části a potopila. Tato událost byla podmětem pro rozvoj lomové mechaniky – [4] a [1].

4.2. NAPJATOST TĚLESA S VRUBEM

Podle [4] je lomový proces úzce spojen s lokálním výskytem vysokých koncentrací napětí a deformací. V okolí vrubu dochází ke vzniku trojosé napjatosti a koncentraci napětí. Pod obecný pojem „vrub“ zahrnujeme jak vruby konstrukční, tak i vruby (resp. defekty) technologické, způsobené heterogenitou použitého materiálu, stopami po opracování apod. Velikost koncentrace napětí charakterizuje tzv. součinitel koncentrace napětí (někdy je nazýván součinitel tvaru) obecně označovaný α . Dle [4] se lze v praxi setkat se dvěma typy těchto koeficientů:

1. součinitel koncentrace napětí α_g definovaný:

$$\alpha_g = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma} \quad (4.1)$$

σ_{\max} ... je maximální napětí v kořeni vrubu,

σ ... je střední napětí vztažené k neoslabenému průřezu.

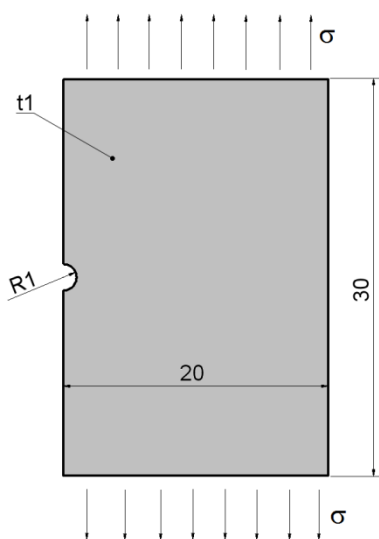
2. součinitel koncentrace napětí α_n definovaný:

$$\alpha_n = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n} \quad (4.2)$$

σ_{\max} ... je maximální napětí v kořeni vrubu,

σ_n ... je střední napětí vztažené k oslabenému průřezu.

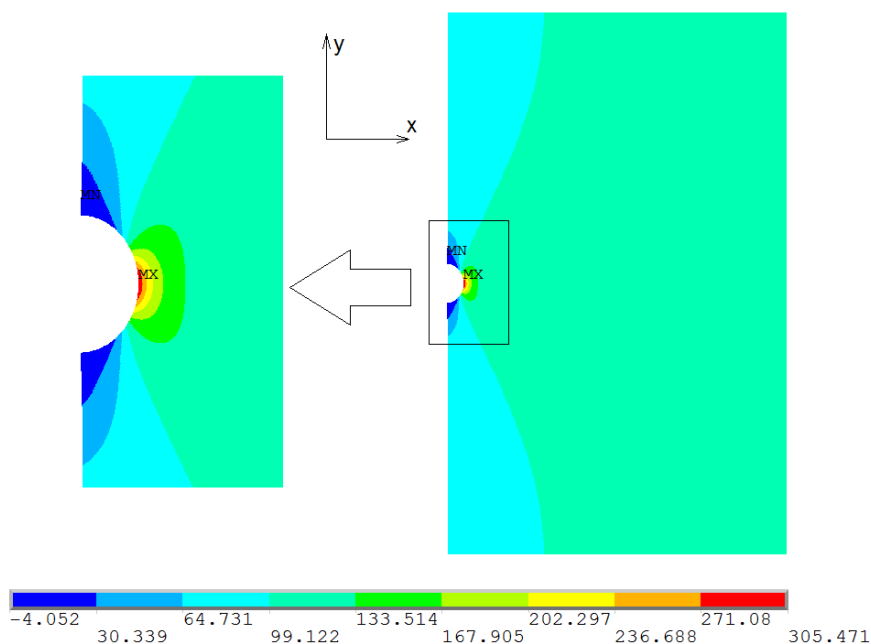
Příklad 1: Těleso jednotkové tloušťky na obr. 4.2 s půlkruhovým vrubem na okraji je zatíženo tahovým napětím $\sigma = 100 \text{ MPa}$. Materiál je lineární, elastický, homogenní, izotropní s modulem pružnosti $E = 210 \text{ GPa}$ a poissonovým číslem $\mu = 0,3$. Určete součinitel koncentrace napětí α_g , uvažujte rovinnou napjatost.



obr. 4.2 – těleso s vrubem

Dle zadání se vytvoří model v programu MKP a nechá se vykreslit napětí ve svislém směru. Z obr. 4.3 je vidět, že maximální napětí v kořeni vrubu je 305 MPa. Tuto hodnotu napětí dosadíme do rovnice 4.1. Výsledný součinitel koncentrace napětí je roven přibližně hodnotě 3.

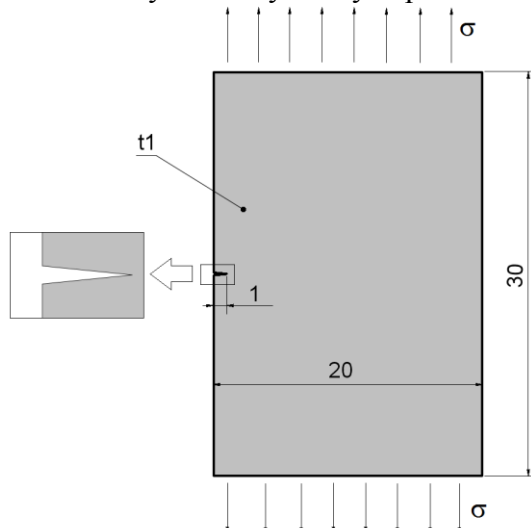
$$\alpha_g = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma} = \frac{305}{100} = 3,05$$



obr. 4.3 – těleso s vrubem v MKP - průběh σ_y

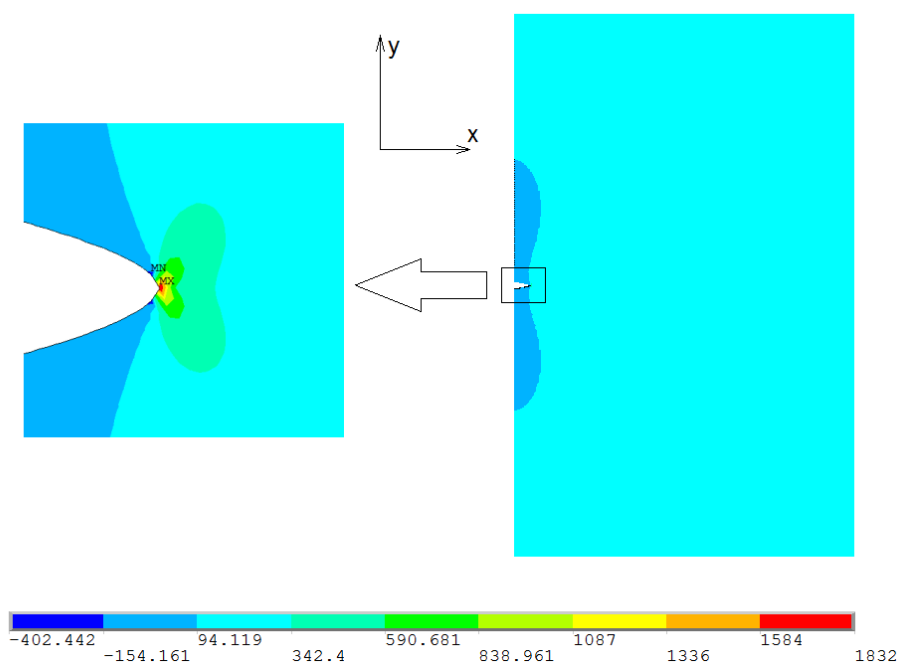
4.3. NAPJATOST TĚLESA S TRHLINOU

Příklad 2: Nyní použijeme stejné okrajové podmínky jako v předcházejícím případě u tělesa s trhlinou (obr. 4.4). Těleso se liší akorát v tom, že místo půlkruhového vrubu obsahuje „ostrou“ trhlinu (bez zaoblení). Opět budeme předpokládat tahové zatížení $\sigma = 100 \text{ MPa}$, a že materiál je lineární, elastický, homogenní, izotropní s modulem pružnosti $E = 210 \text{ GPa}$ a poissonovým číslem $\mu = 0,3$. Uvažujeme rovinnou napjatost. Opět vytvoříme model v MKP softwaru a necháme vykreslit výsledky napětí ve svislém směru (obr. 4.5).



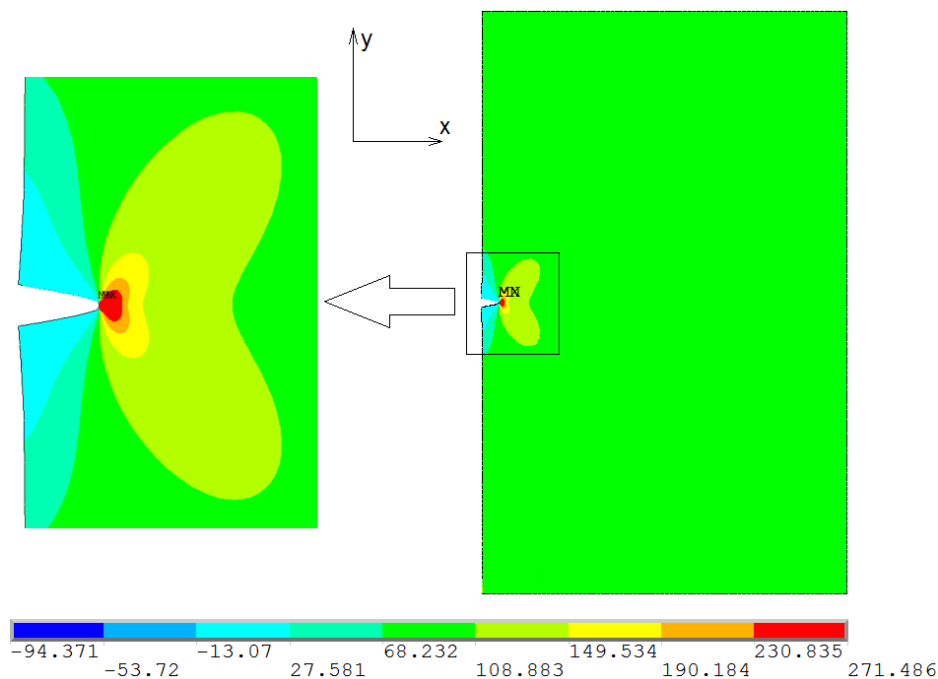
obr. 4.4 – těleso s trhlinou

Podle výsledků z MKP modelu vyšlo, že napětí na čele trhliny je 1832 MPa, viz obr. 4.5. Tento výsledek je výsledkem skutečnosti, že trhlina má ostrý vrchol bez zaoblení a byl užit materiál dokonale elastický. Z těchto důvodů vzniká na čele trhliny tzv. singularita napětí.



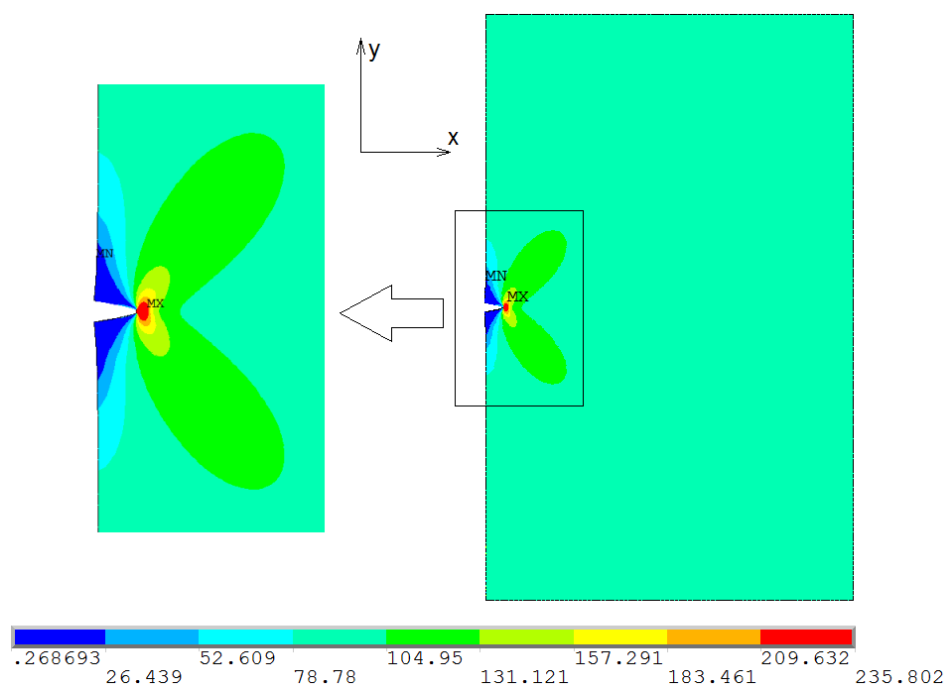
obr. 4.5 – těleso s trhlinou v MKP - průběh σ_y - singularita v kořeni vrubu

Singularita napětí znamená, že teoreticky v tomto místě nabývá napětí nekonečných hodnot. Z praktického hlediska bude díky použité numerické metodě napětí před vrcholem trhliny nabývat konečných hodnot, nicméně zhušťováním konečnoprvkové sítě bychom dostávali stále vyšší a vyšší hodnoty napětí před vrcholem trhliny.



obr. 4.6 – těleso s trhlinou v MKP - průběh σ_y - pružně-plastický materiál

Obr. 4.7 vykresluje výsledný průběh redukovaného napětí σ_{red} . Toto napětí by nemělo být větší než mez kluzu, výsledky zobrazují hodnotu vyšší z důvodů numerické chyby.

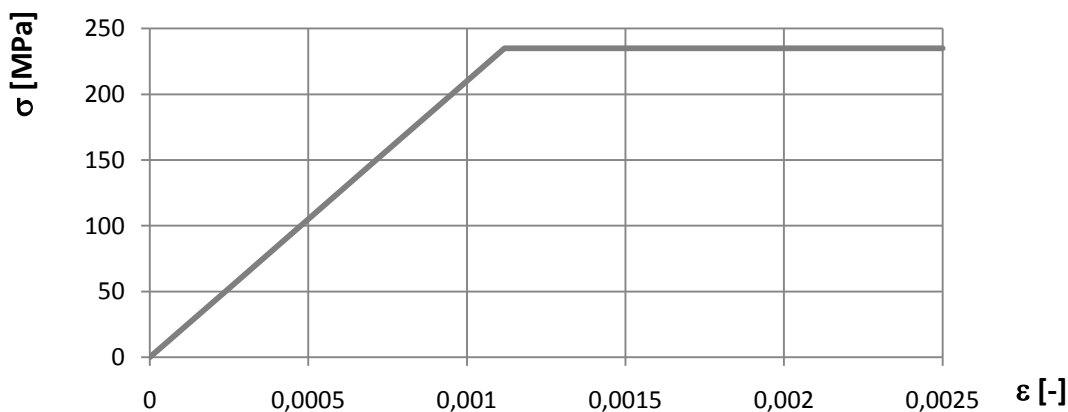


obr. 4.7 – těleso s trhlinou v MKP - průběh σ_{red} – pružně-plastický materiál

Shrnutí napjatosti tělesa s trhlinou:

V blízkosti čela trhliny dochází ke zvýšené koncentraci napětí, v případě dokonale pružného materiálu se čelo trhliny nemůže zplastizovat, a proto zde vzniká singularita, která způsobí, že napětí roste nade všechny meze. V případě užití tvárného materiálu (např. viz tahový diagram na obr. 4.8), který má výraznou mez kluzu, se může určitá část oblasti u kořene trhliny zplastizovat (červená oblast na obr. 4.7) a snížit tak součinitel koncentrace napětí α .

Ideálně pružně-plastický materiál s mezí kluzu 235 MPa



obr. 4.8 – tahový diagram ideálně pružně plastického materiálu

4.4. ZÁKLADNÍ ROZDĚLENÍ LOMOVÉ MECHANIKY

Lomová mechanika se dělí na dvě základní části – [9]:

1. lineární elastická lomová mechanika (LELM)

energetický přístup: Griffithova koncepce, koncepce Irwin-Orvan, hnací síla trhliny, J-integrál, hustota deformační energie (Sihova koncepce)

napět'ový přístup: součinitel intenzity napětí (někdy označováno faktor intenzity napětí)

2. elastoplastická lomová mechanika (EPLM)

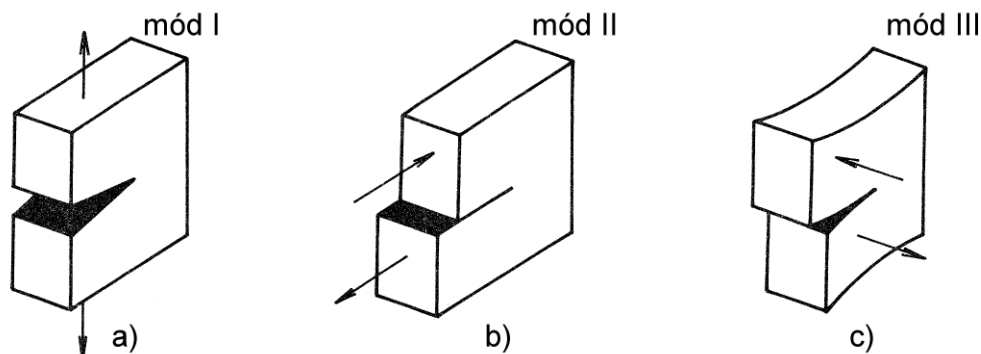
COD – kritické rozevření trhliny, J-integrál

Dle [1] je lineární elastická lomová mechanika odvozena za předpokladu užití lineárně pružného materiálu s platností Hookova zákona mezi složkami napětí a deformace. Za těchto předpokladů nemůže v blízkosti čela trhliny vzniknout zplastizovaná oblast. Tuto skutečnost však mnoho prakticky používaných materiálů nesplňuje. Z inženýrského hlediska můžeme vliv plastické zóny zanedbat v případech, kdy velikost plastické zóny u čela trhliny je „výrazně menší“ než délka samotné trhliny. Pokud nelze velikost plastické zóny zanedbat, musí se užít elastoplastická lomová mechanika.

Teoretické pozadí předložené práce je založeno na LELM, a proto se v dalším textu budeme detailně zabývat pouze LELM.

5. LINEÁRNÍ ELASTICKÁ LOMOVÁ MECHANIKA

Dle [4] lze při řešení elastické napjatosti v okolí čela trhliny použít zákona superpozice. Výsledné řešení obecného případu je dáno superpozicí dílčích řešení, odpovídající třem základním módům (způsobům, typům) namáhání, resp. porušování. Tyto tři módy (označované I, II, III) se liší orientací vnějšího zatížení působícího na těleso s trhlinou, viz obr. 5.1.



obr. 5.1 – tři základní módy namáhání tělesa s trhlinou - [4]

mód I – Tahový mód

Je charakterizován vnější silou působící kolmo na rovinu lomu, tj. ve směru osy y , dle obr. 3.9.

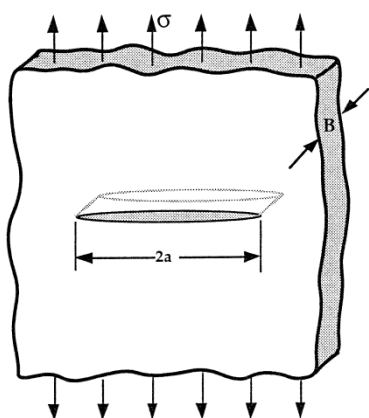
mód II – Rovinný smykový mód

Je charakterizován vnějšími silami působícími ve směru šíření trhliny, tj. ve směru osy x , viz obr. 3.9.

mód III – Antirovinný smykový mód

Je charakterizován orientací vnějších sil ve směru rovnoběžném s čelem trhliny, tj. ve směru osy z , viz obr. 3.9.

5.1. SOUČINTEL INTENZITY NAPĚTÍ – K



obr. 5.2 – „nekonečně“ velké těleso centrální trhlinou - [1]

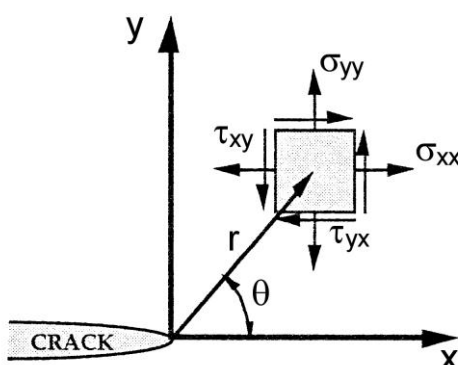
Pro nekonečně velké (šířka tělesa je podstatně větší než délka trhliny) tažené těleso (mód I) jednotkové tloušťky s centrální trhlinou (viz obr. 5.2) odvodil Westergaard vztahy (rovnice 5.1-5.3) pro složky napětí v blízkosti čela trhliny. Tyto rovnice předpokládají materiál lineární, elastický, izotropní v oblasti rovinné napjatosti, kde třetí napětí $\sigma_{zz} = 0$ [8]. Význam veličin r a θ v rovnicích 5.1-5.3 vysvětluje obr. 5.3. Je to popis rozložení napětí v blízkosti čela trhliny s využitím polárních souřadnic, kde r je poloměr (vzdálenost) od čela trhliny k vyšetřovanému místu. Veličina θ je úhel mezi osou x (směr šíření trhliny) a spojnici vyšetřovaného místa s čelem trhliny. Veličina σ je zatěžující napětí, viz obr. 5.2.

Odvozené rovnice pro popis rozložení napětí v blízkosti vrcholu trhliny - [8]:

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (5.1)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (5.2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3\theta}{2} \quad (5.3)$$



obr. 5.3 – popis rozložení napětí v blízkosti vrcholu trhliny - [1]

Pokud dosadíme za $\theta = 0$; pak se rovnice 5.1 a 5.2 zredukuje do výrazu:

$$\sigma_{yy} = \sigma_{xx} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \quad (5.4)$$

Pokud bude požadováno určit napětí na čele trhliny, bude napětí dáno vztahem:

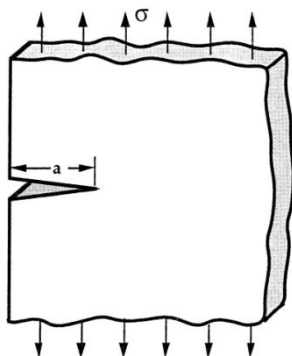
$$\sigma_{yy} = \sigma_{xx} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} = \infty \quad (5.5)$$

Skutečnost, že napětí na čele trhliny roste nade všechny meze ($\sigma_{yy} = \sigma_{xx} = \infty$), je důsledek již zmiňované singularity napětí, viz kapitola 4.3. Z tohoto důvodu se ukazuje, že napětí není vhodnou veličinou pro popis tělesa s trhlinou a zavádí se nová veličina „součinitel intenzity napětí“ definovaný vztahem - [9]:

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \sqrt{2\pi r} = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (5.6)$$

Součinitel intenzity napětí má v tomto případě index I, neboť v případě taženého pásu jde o otevírání trhliny (mód I). Jednotka součinitele intenzity napětí je $[\text{MPa}\sqrt{\text{m}}]$, někdy se užívá $[\text{N}\cdot\text{mm}^{-3/2}]$. Koncepce součinitele intenzity napětí je v dnešní době nejužívanější koncepcí - [8], a proto byla vybrána také pro popis zbytkové životnosti železničního dvojkolí v této práci. Další koncepce pro posuzování těles s trhlínami jako např. Griffithův energetický přístup nebo hnací síla trhliny jsou detailněji popsány např. v literatuře [1].

5.2. KOREKCE SOUČiniteLE INTENZITY NAPĚTÍ



Rovnice 5.6 je odvozena pro nekonečně široký tažený pás s centrální trhlinou, viz obr. 5.2. V případě polonekonečného pásu s trhlinou na okraji, viz obr. 5.4, má vztah pro součinitel intenzity napětí tvar:

$$K_I = 1,12\sigma\sqrt{\pi a} \quad (5.7)$$

obr. 5.4 – těleso s trhlinou na okraji - [1]

Obecně lze psát, že součinitel intenzity napětí K_i je roven:

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} Y_I \quad (5.8)$$

Obdobně pro módy II a III:

$$K_{II} = \tau\sqrt{\pi a} Y_{II} \quad (5.9)$$

$$K_{III} = \tau\sqrt{\pi a} Y_{III} \quad (5.10)$$

Výsledná hodnota součinitele intenzity napětí je dána vztahem:

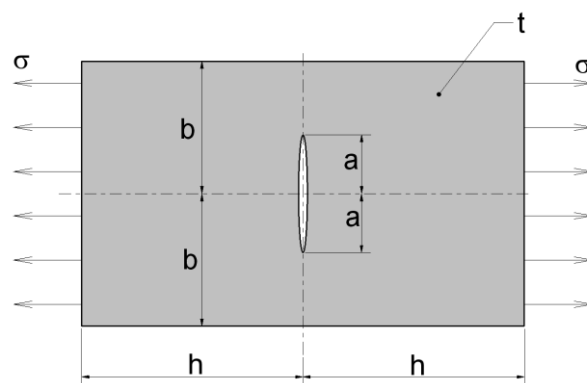
$$K = K_I + K_{II} + K_{III} \quad (5.11)$$

Kde Y_i je tzv. tvarová funkce závislá na rozměrech tělesa, délce trhliny, tvaru trhliny a poloze trhliny. V literatuře [10] jsou uvedeny příklady tvarových funkcí u jednoduchých těles s trhlinou. Dále budou uvedeny tři případy tělesa s trhlinou převzaté z uvedené literatury [10].

1. Tažený pás s centrální trhlinou

Přesnost: 0,3 % pro libovolné a/b

Platnost pro: $a < b$, $h/b > 3$

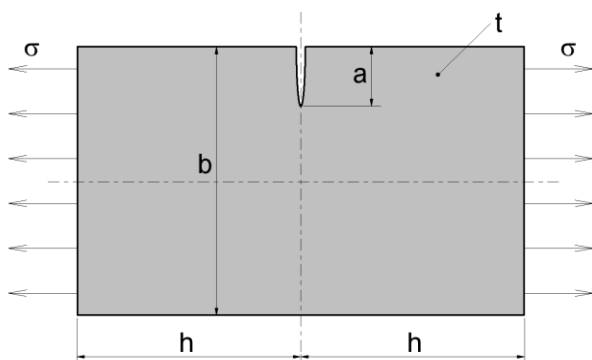


obr. 5.5 – tažený pás s centrální trhlinou

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \frac{1 - 0,5 \left(\frac{a}{b}\right) + 0,37 \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 0,044 \left(\frac{a}{b}\right)^3}{\sqrt{1 - \frac{a}{b}}} \quad (5.12)$$

$$K_{II} = K_{III} = 0$$

2. Tažený pás s trhlinou na okraji



Přesnost: 0,5 % pro $a/b < 0,6$

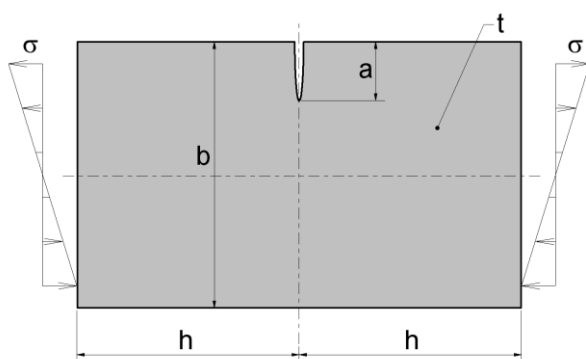
Platnost pro: $a < b$, $h/b > 1$

obr. 5.6 – tažený pás s trhlinou na okraji

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \left[1,12 - 0,231 \left(\frac{a}{b} \right) + 10,55 \left(\frac{a}{b} \right)^2 - 21,72 \left(\frac{a}{b} \right)^3 + 30,39 \left(\frac{a}{b} \right)^4 \right] \quad (5.13)$$

$$K_{II} = K_{III} = 0$$

3. Ohýbaný pás s trhlinou na okraji



Přesnost: 0,2 % pro $a/b < 0,5$

Platnost pro: $a < b$, $h/b > 2$

obr. 5.7 – ohýbaný pás s trhlinou na okraji

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \left[1,122 - 1,4 \left(\frac{a}{b} \right) + 7,33 \left(\frac{a}{b} \right)^2 - 13,08 \left(\frac{a}{b} \right)^3 + 14,0 \left(\frac{a}{b} \right)^4 \right] \quad (5.14)$$

$$K_{II} = K_{III} = 0$$

Další podoby tvarových funkcí lze nalézt v tzv. handboocích (viz např. [11]) nebo je lze určit numerickým výpočtem např. pomocí MKP.

Každé reálné těleso s trhlinou vyžaduje k výpočtu tvarovou funkci, to znamená provedení tzv. K kalibrace. Tvarová funkce Y je funkcí geometrických parametrů tělesa s trhlinou. V rovnicích 5.12, 5.13 a 5.14 vystupuje tvarová funkce Y ve tvaru polynomu, kde nezávislá proměnná je poměr a/b . Ve skutečnosti pro každé reálné těleso známe jeho počáteční rozměry a předpokládáme, že se až na délku trhliny a tyto rozměry v čase nemění.

Příklad: Mějme ohýbaný pás s trhlinou na okraji, viz obr. 5.7, s rozměry: $h = 0,06 \text{ m}$
 $b = 0,02 \text{ m}$. Rozepište tvarovou funkci, tak aby byla proměnou funkcí pouze délky trhliny a .

$$Y = 1,122 - 1,4 \left(\frac{a}{b}\right) + 7,33 \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 13,08 \left(\frac{a}{b}\right)^3 + 14,0 \left(\frac{a}{b}\right)^4$$

Po dosazení za rozměr $b = 0,02 \text{ m}$ dostáváme tvarovou rovnici ve tvaru:

$$Y = 1,122 - 70a + 18\,325a^2 - 1\,635\,000a^3 + 87\,500\,000a^4$$

Z toho plyne, že každou tvarovou funkci lze psát ve tvaru polynomu:

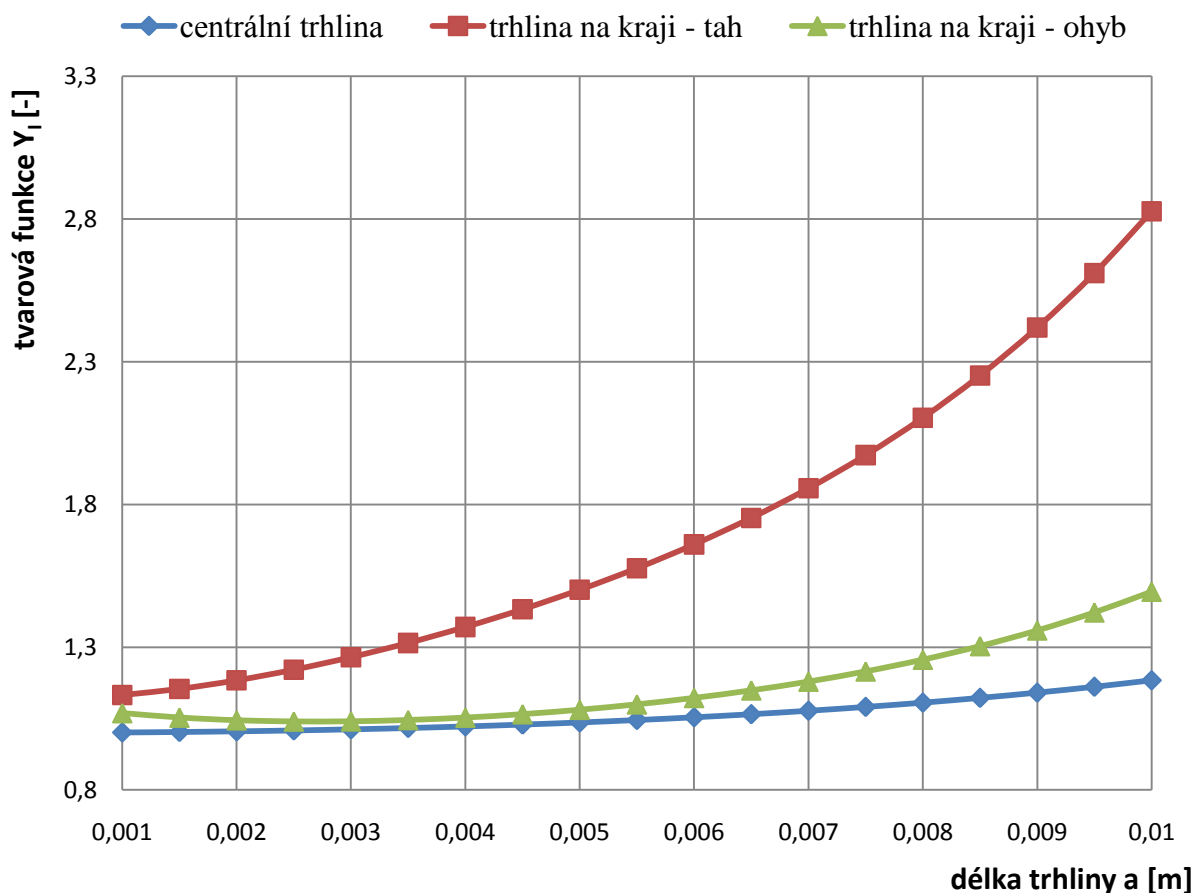
$$Y = c_0 + c_1a + c_2a^2 + c_3a^3 + c_4a^4 + \dots \quad (5.15)$$

Kde c_0 až c_n jsou konstanty polynomu n -tého stupně.

Shrnutí tvarové funkce Y :

Pro vizuální představu jsou v následujícím grafu vykresleny tři tvarové funkce z přechodých třech ukázkových těles (tažený pás s centrální trhlinou, tažený pás s trhlinou na okraji, ohýbaný pás s trhlinou na okraji). Vykreslená oblast je pro délky trhliny od 1 mm do 10 mm.

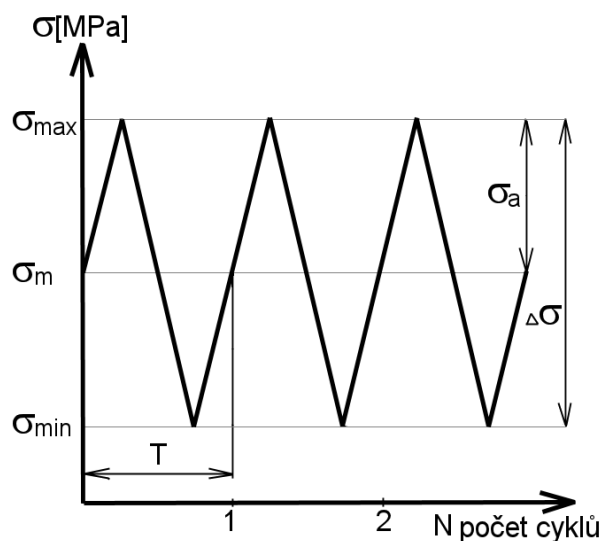
Hodnota tvarové funkce Y pro rozměr $b = 0,02 \text{ m}$



5.3. RŮSTOVÉ ZÁKONY

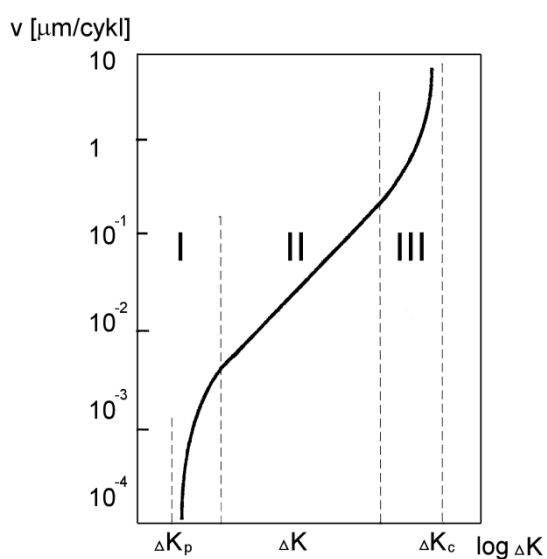
Základní jednotkou zatěžování je zátěžný cyklus, viz obr. 5.8. - [2]. Základní parametry zátěžného cyklu lze definovat následovně:

maximální napětí:	σ_{max}	[MPa]
minimální napětí:	σ_{min}	[MPa]
rozkmit napětí:	$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$	[MPa]
amplituda napětí:	$\sigma_a = \Delta\sigma/2$	[MPa]
střední hodnota napětí:	$\sigma_m = (\sigma_{max} + \sigma_{min})/2$	[MPa]
asymetrie cyklu:	$R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$	[-]



obr. 5.8 – zátěžný cyklus, zatěžování konstantním cyklem - [2]

5.3.1. ZATĚŽOVÁNÍ KONSTANTNÍM CYKLEM



Na obr. 5.9 je zobrazen obvyklý trend závislosti rychlosti růstu trhliny v na rozkmitu součinitele intenzity napětí. Obvykle se tato křivka dělí na tři pásma - [2]:

I - dolní ohyb

II - střední část

(přibližně lineární v log-log souřadnicích)

III - horní ohyb

$\Delta K_p = \Delta K_{th}$ prahová hodnota rozkmitu součinitele intenzity napětí, pod touto hodnotou trhlina prakticky neroste.

ΔK_c kritická hodnota rozkmitu součinitele intenzity napětí, při dosažení této hodnoty nastává lom.

obr. 5.9 – průběh závislosti $v(\Delta K)$ - [2]

Dle literatury [2]:

1. Část II popisuje zákon **Parise a Erdogana**

$$v = \frac{da}{dN} = A(\Delta K)^\alpha \quad (5.16)$$

kde A , α jsou konstanty (materiálové charakteristiky), $\alpha = (2, 4)$

2. Části I a II popisuje zákon **Klesnila a Lukáše**. Konkrétně pro $\sigma_m = 0$, tj. $R = -1$, má tvar:

$$v = A(K_a^\beta - K_{ap}^\beta) \quad (5.17)$$

$$K_{ap} = K_{apz} \left(\frac{K_a}{K_{apz}} \right)^\alpha \quad (5.18)$$

kde A , β , K_{apz} , α jsou konstanty, $\alpha \approx 0,7$

Rozšíření platnosti do části I je dosaženo zavedením prahové hodnoty K_{ap} . (Interpretace dle obr. 5.9: $\Delta K = 2K_a$, $\Delta K_p = 2K_{apz}$).

3. Části II a III popisuje **Formanova rovnice**

$$v = \frac{AK_a^\alpha}{(1-R)K_{fc} - \Delta K} \quad (5.19)$$

Rozšíření platnosti do části III je dosaženo zahrnutím konstanty K_{fc} , která představuje mezní hodnotu maxima cyklu K_{max} . Pro $K_{max} \rightarrow K_{fc}$ se jmenovatel výrazu blíží nule. (Interpretace podle obr. 5.9: $\Delta K = 2K_a$, $\Delta K_c = (1-R)K_{fc}$).

Literatura [2] uvádí, že proběhla obsáhlá diskuze kolem teoretické hodnoty exponentu α z rovnice 5.16 – z různých předpokladů vyplývají hodnoty 2 nebo 4. Skutečností však je, že tento exponent je necelý a souvisí s únavovým mechanismem v mikroobjemu reálného materiálu.

V konkrétních případech tvar závislosti $v(\Delta K)$ křivky nemusí vždy plně odpovídat situaci na obr. 5.9. Spodní část bývá mnohdy spíše lomená přímka. Ve střední části se mohou objevit další ohyby. Takovéto případy se modelují regresními metodami.

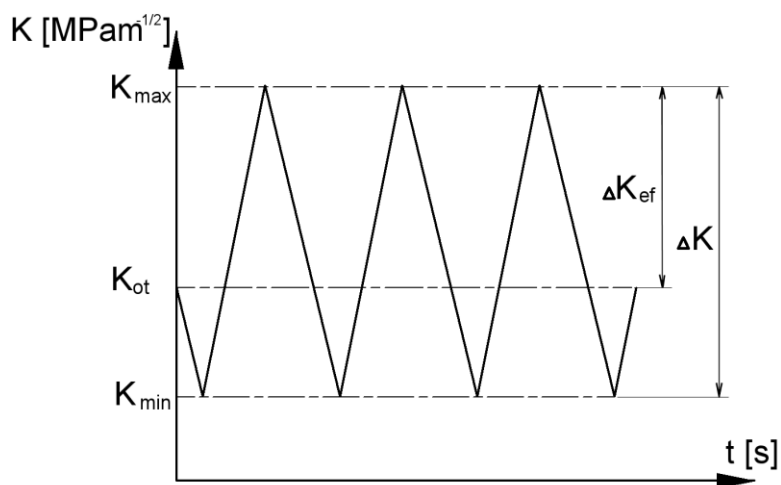
ZAHRNUTÍ ASYMETRIE ZÁTĚŽNÉHO CYKLU

Dle literatury [2] při dané hodnotě ΔK se zvyšujícím středním napětím roste rychlost růstu trhliny. Fyzikální příčina vlivu asymetrie cyklu na rychlost růstu trhliny souvisí s otevíracím napětím. Otevírací napětí je způsobeno vlivem odporu plastické zóny v oblasti čela trhliny, která brání jejímu růstu. Z důvodu existence těchto vlivů se zavádí efektivní hodnota rozkmitu součinitele intenzity napětí ΔK_{ef} daná vztahem:

$$\Delta K_{ef} = K_{max} - K_{ot} \quad (5.20)$$

Hodnota ΔK_{ef} se následně využívá při stanovení rychlosti šíření únavové trhliny např. v Paris-Erdoganově vztahu, viz rovnice 5.16.

Na obr. 5.10 jsou znázorněny uvedené veličiny, které jsou v souladu s rovnicí 5.20.



obr. 5.10 – efektivní hodnota rozkmitu součinitele intenzity napětí - [4]

Literatura [4] udává tzv. Elberovo vyjádření ΔK_{ef} ve tvaru:

$$\Delta K_{\text{ef}} = \Delta K \cdot U(R) \quad (5.21)$$

kde U je funkce asymetrie cyklu pro daný materiál:

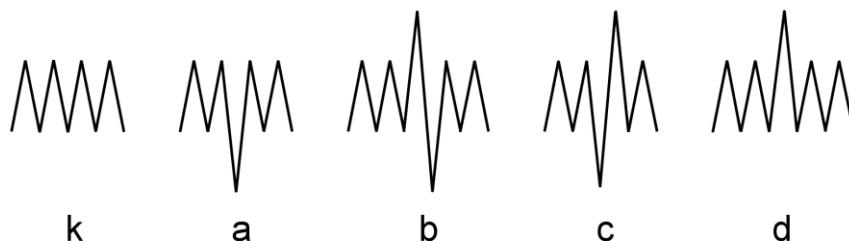
$$U(R) = \frac{b_0 + b_1 \cdot R + b_2 \cdot R^2 + b_3 \cdot R^3}{c_0 + c_1 \cdot R} \quad (5.22)$$

konstanty $b_0, b_1, b_2, b_3, c_0, c_1$ se určí z např. následující tabulky – převzato z [4]:

Model	Materiál, podmínky	Definiční obor R	b_0	b_1	b_2	b_3	c_0	c_1
Elber	Al-slitina 2021-T3	(-0,1 ; 0,7)	0,50	0,40	0,00	0,00	1	0
Kobayashi, Murakami, Nakazawa	ocel 10B35 temp. 100°C	(0,06 ; 0,4)	0,50	0,36	0,00	0,00	1	0
	ocel 10B35 temp. 600°C	(0,06 ; 0,4)	0,50	0,20	0,00	0,00	1	0
	nízkouhlíková ocel	—	0,50	0,17	0,00	0,00	1	0
Schijve	Al-slitina 2024-T3	(-1 ; 1)	0,55	0,35	0,10	0,00	1	0
Lam,Lian	Al-slitina 2024-T3	—	0,51	0,42	0,24	0,00	1	0
Zhang et al.	Al-slitina 7475-T7351	(0 ; 1)	0,62	0,37	0,14	0,00	1	0
Masuva, Radon	ocel BS4360-50C							
	B=24mm,f=0,25Hz	(0 ; 1)	1,00	-0,90	0,00	0,00	1	-1
	B=12mm,f=0,25Hz	(0 ; 1)	1,00	-0,86	0,00	0,00	1	-1
	B=12mm,f=30Hz	(0 ; 1)	1,00	-0,89	0,00	0,00	1	-1
Kurihara et. Al.	ocel JIS SM50B	(-5 ; 0,5)	1,00	0,00	0,00	0,00	1,5	-1
		(0,5 ; 0,8)	1,00	0,00	0,00	0,00	1	0
Newman	—	(-1 ; 0)	0,75	-0,08	0,00	0,00	1	-1
Wanhill	—	(0 ; 1)	0,75	-0,06	-1,13	0,44	1	-1
Katcher, Kaplan	Al-slitina 2219-T851	(0,08 ; 0,32)	0,68	0,91	0,00	0,00	1	0
	Ti-6Al-4V	(0,08 ; 0,35)	0,73	0,82	0,00	0,00	1	0

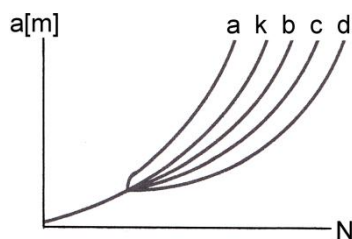
INTERAKČNÍ EFEKT VLOŽENÉHO CYKLU

Přehled základních typů interakcí jediného odlišného cyklu vloženého do zátěžného režimu konstantních cyklů zobrazuje obr. 5.12 - [2].

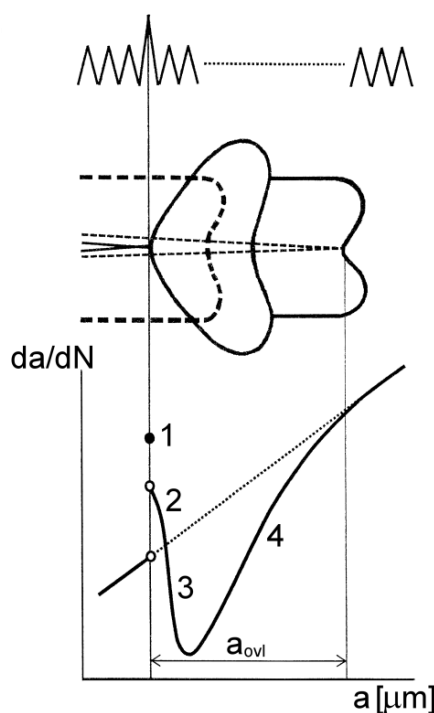


obr. 5.12 – Základní typy interakcí vloženého cyklu - [2]

Dle [2] se největším efektem projevu jednorázové tahové přetížení (obr. 5.12d). Naopak nejhorším případem co se týče do rychlosti nárůstu je případ jednorázového tlakového přetížení. Orientační přehled vlivu vloženého cyklu na nárůst trhliny je zobrazen na obr. 5.13.



obr. 5.13 – rychlost růstu trhliny základních typů interakcí z obr. 5.12 - [2]



Důvodem, že zátěžný případ *d* z obr. 5.12 vede ke zpomalení růstu trhliny je tzv. retardace. Plastická zóna a jí příslušné otevírací napětí $\sigma_{ot,p}$ od přetěžujícího cyklu jsou totiž podstatně větší než v základním režimu konstantního cyklu. Rozdíly rychlosti šíření trhliny po přetížení v porovnání se zatěžováním konstantním cyklem můžeme rozdělit na čtyři fáze - [2]:

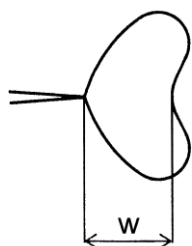
1. Přetěžující cyklus způsobí větší přírůstek než v rámci zatěžování konstantním cyklem.
2. Po přetížení někdy následuje krátká oblast zrychleného (ale již zpomalujícího) růstu trhliny.
3. Náběh retardace: rychlost růstu únavové trhliny relativně rychle klesá.
4. Odezdnívání retardace: rychlost růstu trhliny relativně pomalu roste.

obr. 5.14 – vliv jednorázového přetížení na rychlost růstu únavové trhliny - [2]

Výklad jednotlivých fází - [2]:

1. Plastická zóna (na obrázku 5.14 znázorněna přerušovaně) a jí vyvolané otevírací napětí σ_{ot} od předchozího zatěžování jsou menší, než by odpovídalo zatěžování konstantním cyklem s parametry přetěžujícího cyklu.
2. V důsledku velkého otupení čela trhliny při přetěžujícím cyklu trhlina zůstává do určité vzdálenosti od svého čela více otevřená, což snižuje otevírací napětí σ_{ot} . Tento efekt mizí se zaostřujícím se čelem trhliny.
3. Statická plastická zóna od přetěžujícího cyklu představuje velké tahové plastické deformace, které jsou příčinou tlakových zbytkových napětí před čelem trhliny („přebytečný materiál je tlačěn okolím“). Jak trhlina prorůstá do nitra plastické zóny, tato zbytková napětí ji postupně uzavírají (roste σ_{ot}). Maximum retardace odpovídá maximu σ_{ot} , tj. místu největšího efektu tlakových sil působících na líce trhliny a uzavírajících trhlinu v místě čela.
4. Retardace postupně odeznívá, jak se čelo trhliny vzdaluje od plastické zóny přetěžujícího cyklu, tj. tlaková zbytková napětí vytvořená přetěžujícím cyklem přestávají uzavírat trhlinu v místě čela.

Retardace je významnější v podmínkách rovinné napjatosti a méně významná v podmínkách rovinné deformace, protože rovinná napjatost je příznivější pro rozvoj plastické deformace, která brání růstu trhliny.



obr. 5.15 – tvar plastické zóny u čela trhliny
(teoretický tvar) [2]

a) Rovinná napjatost (RN) - rozměr plastické zóny w_s^*

$$w_s^* = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{max}}{\sigma_k} \right)^2 \quad (5.24)$$

b) Rovinná deformace (RD) - rozměr plastické zóny w_s^*

$$w_s^* = \frac{1}{3\pi} \left(\frac{K_{max}}{\sigma_k} \right)^2 \quad (5.25)$$

kde K_{max} je maximum součinitele intenzity napětí a σ_k je mez kluzu

Jednorázové tlakové přetížení (obr. 5.12, případ *a*) se projevuje zrychlením růstu trhliny. Vysvětlení spočívá ve snížení otevíracího napětí tlakovou špičkou přetěžujícího cyklu. Efekt je podstatně slabší než retardace co do velikosti i dosahu. Při kombinaci tlakového a tahového přetížení s vloženým cyklem (obr. 5.12, případy *b* a *c*) retardace nad

zrychlením převažuje, avšak je oslabena. Přitom záleží na pořadí: předchází-li tlakové přetížení tahovému (případ *c*), je retardace oslabena méně, než když tlakové přetížení po tahovém následuje (případ *b*). Tahové přetížení tedy odbourává zrychlující efekt přetížení tlakového více, než tlakové přetížení odbourává retardační efekt přetížení tahového. - [2]

Shrnutí interakčních efektů:

Rychlost růstu trhliny u zatěžování proměnnými cykly závisí na historii zatěžování, především na vlivu přetěžujících cyklů, které způsobí, že se materiál v blízkosti trhliny zplastizuje (vznik záporných zbytkových napětí) a tato plastická oblast následně brání růstu trhliny (retardace). Využití této znalosti může vést k přesnějšímu výpočtovému odhadu zbytkové únavové životnosti cyklicky namáhaných konstrukcí.

5.4. ZBYTKOVÁ ŽIVOTNOST PŘI ZATĚŽOVÁNÍ KONSTANTNÍM CYKLEM

Výchozím vztahem k výpočtu zbytkové únavové životnosti je rovnice 5.16. Integrací této rovnice dostaneme množství cyklů N pro nárůst trhliny na kritickou mez (nárůst na kritickou délku a_c , neboli dosažení kritické hodnoty součinitele intenzity napětí K_C).

$$N_f = \int_0^{N_f} dN = \frac{1}{A} \int_{a_0}^{a_c} \frac{1}{\Delta K^\alpha} da \quad (5.26)$$

resp. s uvažováním efektivního rozkmitu součinitele intenzity napětí:

$$N_f = \int_0^{N_f} dN = \frac{1}{A} \int_{a_0}^{a_c} \frac{1}{\Delta K_{ef}^\alpha} da \quad (5.27)$$

- kde N_f je počet cyklů do lomu
 A, α jsou materiálové konstanty Paris-Erdoganova vztahu (rovnice 5.16)
 a_0 je počáteční délka trhliny
 a_c je kritická délka trhliny (určí se např. z parametru K_C)
 ΔK je rozkmit součinitele intenzity napětí
 ΔK_{ef} je efektivní rozkmit součinitele intenzity napětí

Nejčastějším případem je I. mód zatěžování trhliny. V tomto případě se dá rovnice 5.26 rozepsat do tvaru:

$$N_f = \frac{1}{A} \int_{a_0}^{a_c} \frac{1}{\Delta K^\alpha} da = \frac{1}{A} \int_{a_0}^{a_c} \frac{1}{(\Delta \sigma \sqrt{\pi a} Y(a))^\alpha} da = \frac{1}{A(\Delta \sigma \sqrt{\pi})^\alpha} \int_{a_0}^{a_c} \frac{1}{(\sqrt{a} Y(a))^\alpha} da \quad (5.28)$$

Poznámka:

Do rovnice 5.26 byl dosazen vztah $\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{\pi a} Y(a)$, kde $\Delta \sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$.

5.5. ZBYTKOVÁ ŽIVOTNOST PŘI ZATĚŽOVÁNÍ PROMĚNNÝM CYKLEM

V technické praxi se lze nejčastěji setkat s proměnlivým zatěžováním. Záznam takového zatěžování je vidět na obr. 5.11. Průběh takového záznamu je důsledkem značné stochastičnosti provozního zatížení, kde nemůžeme přesně predikovat zátěžné účinky v budoucnosti. Stochastický charakter zatěžování může být způsoben např.: - [12] a [13]

- nerovností vozovky (např. díra na silnici – problematika silničních vozidel)
- nerovnosti kolejí (např. nehladké spoje kolejí - problematika kolejových vozidel)
- účinky větru
- účinky vlnobití a zemětřesení

Pro výpočet odhadu zbytkové životnosti je potřeba mít k dispozici pokud možno co nejreprezentativnější data o průběhu zatížení, viz ukázkový záznam obr. 5.11. Ačkoliv v dnešní době lze data zjistit výpočtem (simulací např. pomocí MKP), nejlepším způsobem je tenzometrické měření, neboť se zde neprojevují chyby vzniklé zanedbáním či úplným opomenutím důležitých vlivů na skutečnou podstatu průběhu zatížení. Tenzometr se lepí do kritického místa (místo s předpokladem vzniku trhliny), které se určí pomocí MKP.

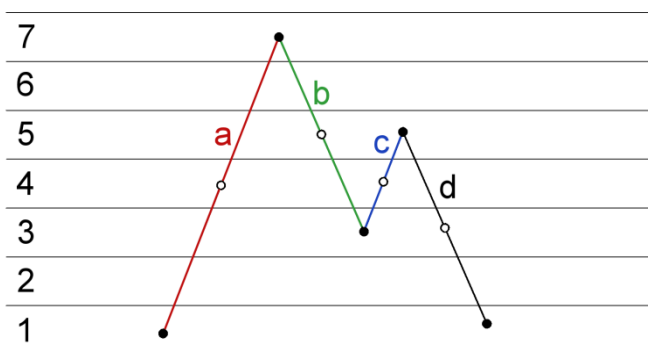
5.5.1. METODY NEUVAŽUJÍCÍ POŘADÍ CYKLŮ

Spojité záznamy průběhu napětí je často nutno roztrždit do jednotlivých zátěžných půlcyklů – dekompozice (diskretizace) - [12]. Důvodem dekompozice je roztrždit zatěžující půlcykly do jednotlivých skupin (např. půlcykly se stejnou amplitudou) pro menší náročnost k následným výpočtem úkonům.

Vybrané metody dekompozice:

A) Korelační tabulka amplitud a středních hodnot - [2]

Započítávají se rostoucí i klesající větve jako půlcykly. Dekompozice touto metodou je patrná z obr. 5.16 a následné tabulky. U této metody máme možná



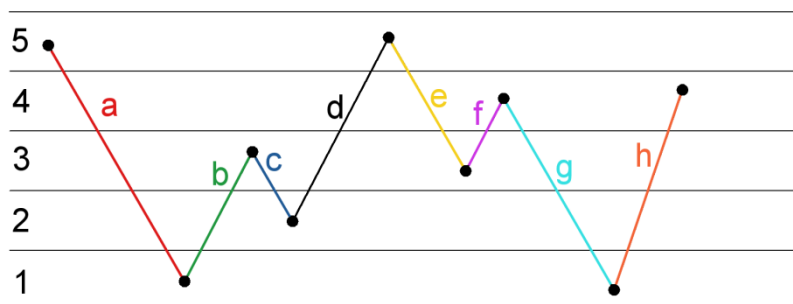
napětí σ [MPa] rozdělena do intervalů (na obr. 5.16 je to 7 intervalů). Každý tento půlcykl lze definovat amplitudou napětí σ_a a střední hodnotou napětí σ_m . Tyto hodnoty se následně zaznamenají do tabulky a s těmito daty se následně počítá.

	σ_m					
σ_a	1	2	3	4	5	6
1				c		
2			d		b	
3				a		
4						

obr. 5.16 – metoda se zápisem do korelační tabulky - [2]

B) Korelační tabulka maxim a minim - [2]

Tato dekompozice je velmi podobná předchozí metodě, ale místo amplitud a středních hodnot napětí se zaznamenávají výchozí a cílové extrém hodnot napětí. Tím pádem lze říci, že v následující tabulce hodnoty pod diagonálou patří klesajícím půlcyklům, naopak hodnoty nad diagonálou patří rostoucím půlcyklům.

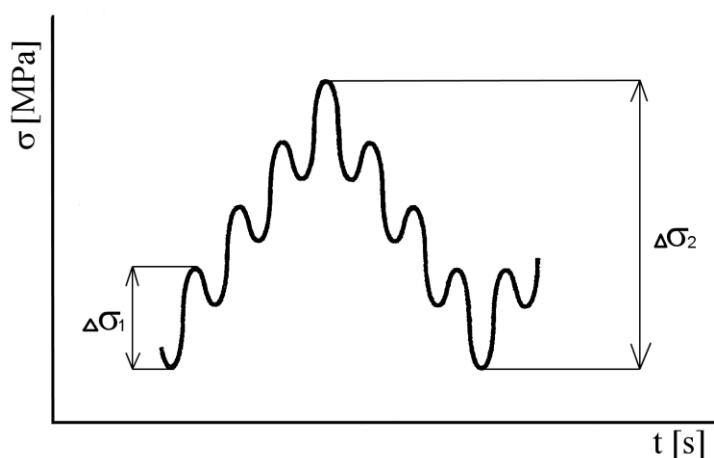


		cílový extrém				
		1	2	3	4	5
výchozí extrém	1	----		b	h	
	2		----			d
	3			----	f	
	4	g		c	----	
	5	a		e		----

obr. 5.17 – metoda se zápisem maxim a minim - [2]

Poznámka:

Obě předchozí metody mají velkou nevýhodu v tom, že započítávají pouze extrémy po sobě jdoucí. Podle obr. 5.18 by tak podle obou předchozích metod byly započteny pouze půlkmity o rozkmitu $\Delta\sigma_1$ a nikoliv mnohem nebezpečnější rozkmit $\Delta\sigma_2$ - [2].



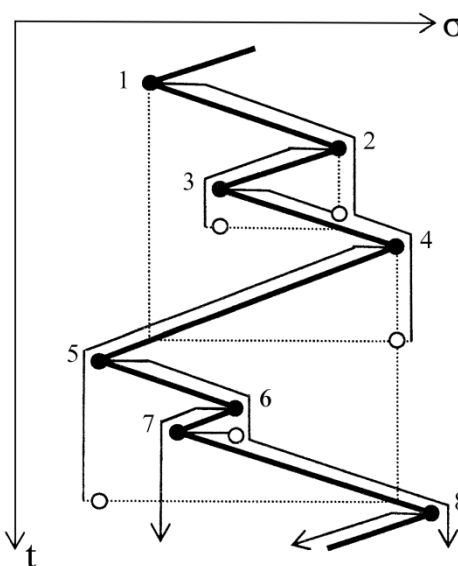
obr. 5.18 – započítávání cyklů - [2]

Metoda stékajícího deště (metoda Rain flow)

Metoda stékajícího deště je v inženýrské praxi značně využívána, neboť poskytuje velmi dobré výsledky. Navrhli ji v roce 1968 Matsuisky a Endo - [12]. Metoda je založena na cyklické plasticitě, kde se na růstu trhliny podílejí jen některé půlkmity. Dle [2] se uvažují rostoucí i klesající půlcykly. Počáteční a konečný extrém půlcyklu nemusí následovat po sobě – mohou mezi nimi proběhnout jiné cykly. K sobě se vztahují ty extrémy, které vytvářejí hysterezní smyčku - [2].

Název metody vychází z představy, že v zátěžném záznamu „stéká déšť“, viz obr. 5.19. Pro dekompozici zátěžného záznamu platí následující pravidla - [2]:

1. Uvnitř každého extrému začíná půlcykl (stékající kapka)
2. Půlcykl končí jestliže:
 - a) je dosaženo jeho výchozí úrovně (1-4, 2-3, 4-5),
 - b) kapka narazí na kapku stékající z vyšší střechy (3-2, 7-6)



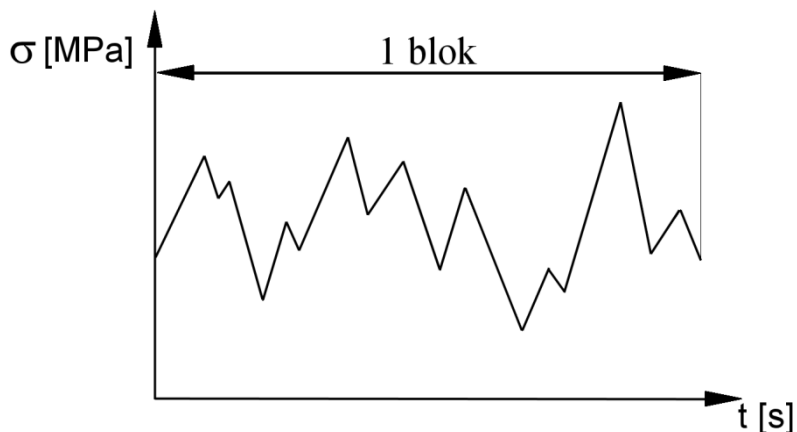
obr. 5.19 – „stékající kapky“ – metoda Rain flow - [2]

Ačkoliv je metoda Rain flow hojně užívanou metodou, stejně jako dvě předchozí metody kvůli dekompozici spojitého zatížení ztrácí informaci o pořadí zatěžujících cyklů. Pořadí cyklů však má určitý vliv na rychlost růstu trhliny, viz problematika retardace zmíněná v předešlém textu této práce.

HYPOTÉZA KUMULACE POŠKOZENÍ

V kapitole 5.4 se zbytková životnost N_f pro namáhání konstantním cyklem určila integrací Paris-Erdoganovy rovnice pro jednu amplitudu napětí. Pro roztríděný soubor dat (např. z metody Rain flow) se často užívá určitá hypotéza pro kumulaci poškození od jednotlivých druhů cyklů. Mějme roztríděné spojitě zatížení (určité množství dat označované

jako „blok“ do n skupin (např. pouze podle rozkmitu napětí, viz tab. 5.1). Pro každou skupinu i spočítáme podle rovnice 5.26 nebo 5.27 počet cyklů do lomu N_{fi} (počet cyklů do nárůstu na kritickou délku trhliny).



obr. 5.20 – blok obsahující půlcykly rozříděné do tabulky

rozkmit napětí [MPa]	$\Delta\sigma_1$	$\Delta\sigma_2$	$\Delta\sigma_3$...	$\Delta\sigma_n$
počet cyklů [-]	N_1	N_2	N_3	...	N_n

tab. 5.1 – rozříděné rozkmity z obr. 5.20 do tabulky

V technické praxi se často užívá hypotéza dle Palmgrena–Minera:

$$B \sum_{i=1}^n \frac{N_i}{N_{fi}} = 1 \quad (5.29)$$

kde B je počet bloků do porušení

N_i je počet cyklů i -té složky v daném bloku

N_{fi} je počet cyklů i -té složky do lomu

Úpravou rovnice 5.29 lze vyjádřit počet bloků B do celkového porušení (nárůstu na kritickou délku trhliny s následným lomem):

$$B = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{N_i}{N_{fi}}} \quad (5.30)$$

V literatuře [2] a [12] se uvádějí další hypotézy Corten-Dolan, Sedláček, Drexler, Serensen, SVŮM (Linhart-Jelínek), Haibachova hypotéza atd.

5.5.2. METODY UVAŽUJÍCÍ POŘADÍ CYKLŮ

V předchozí kapitole byly uvedeny metody, které neberou v úvahu pořadí cyklů. Pomocí roztřídění (dekompozice) se přes vybranou hypotézu kumulativního poškození dalo spočítat výsledné množství bloků B pro nárůst na kritickou délku trhliny. Výhodou těchto metod je malá náročnost na samotný výpočet, avšak za cenu nižší přesnosti. S rozvojem výpočetní techniky však lze v dnešní době počítat růst trhliny cyklus po cyklu bez jakékoliv dekompozice (pokud existují vhodná vstupní data, která dobře charakterizují typické zatížení konstrukce). Výhodou počítání typu cyklus po cyklu je, že neztrácíme informaci o historii zatěžování. Výpočetní čas u metod počítajících cyklus po cyklu je značně větší, avšak výsledek více odpovídá skutečnosti, než u metod, které neberou v úvahu pořadí cyklů (např. metoda Rain flow).

V kapitole 5.3.2 byla uvedena problematika interakčních efektů, pro které existují dle [2] čtyři typy výpočetních modelů:

- 1) **Modely založené na interakci plastických zón** – Wheelerův model, Willenborgův model
- 2) **Modely založené na otevíracím napětí** – model PREFFAS, model ONERA
- 3) **Fenomenologický popis interakčních efektů**
- 4) **Elastoplastický výpočet šíření trhliny metodou konečných prvků**

WHEELERŮV MODEL

Tento model postihuje retardaci (významné zpomalení růstu trhliny), viz obr. 5.14.

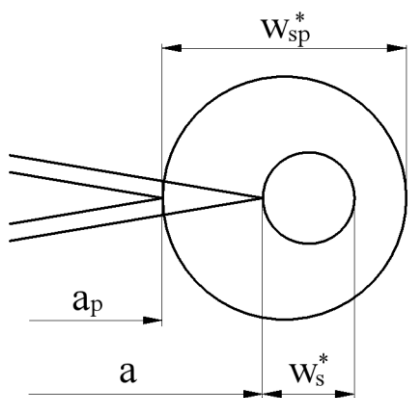


Schéma Wheelerova modelu je vidět na obr. 5.21. Pro zjednodušení je tvar plastické zóny zakreslen jako kružnice. Plastická zóna w_s^* odpovídá zatěžování konstantním cyklem, a je aktuální délka trhliny, a_p je délka trhliny v momentě přetěžujícího cyklu, viz obr. 5.14. Velikost w_s^* je velikost plastické zóny, která vznikla vlivem přetěžujícího cyklu. Rozměr plastické zóny lze zjistit z rovnice 5.24 resp. 5.25. V oblasti plastické zóny se vyskytují zbytková tlaková napětí, která způsobí odpor proti rozevření trhliny a působí tedy i proti růstu samotné trhliny. Jak trhlina postupně prorůstá zplastizovanou oblastí po přetěžujícím cyklu, retardační efekt se pomalu vytrácí [2].

obr. 5.21 – Wheelerův model - [2]

Rychlost růstu trhliny je dána vztahem:

$$v = v_{mon} C_p \quad (5.31)$$

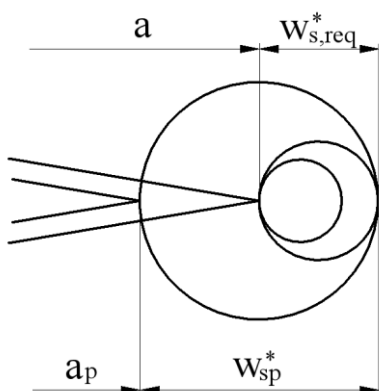
kde v_{mon} je rychlost růstu trhliny při zatěžování konstantním cyklem

C_p je dána vztahem:

$$C_p = \min \left[1, \left(\frac{w_s^*}{a_p + w_s^* - a} \right)^m \right] \quad (5.32)$$

kde m je materiálová konstanta

WILLENBORGŮV MODEL



Dle [2] je tento model založen na podobné myšlence jako Wheelerův model, viz obr. 5.22. Měřítkem retardace je „požadované“ maximální napětí σ_{req} , jemuž odpovídající „monotónní“ plastická zóna o velikosti $w_{s,req}^*$ by právě dosáhla čela plastické zóny skutečné:

$$a + w_{s,req}^* = a_p + w_{sp}^* \quad (5.33)$$

obr. 5.22 – Willenborgův model - [2]

K technickým výpočtům se používá tzv. **zobecněný Willenborgův model**, vyjádřený ve formalismu součinitele intenzity napětí:

$$K_{max,ef} = K_{max} - K_{red} \quad (5.34)$$

$$K_{min,ef} = K_{min} - K_{red} \quad (5.35)$$

kde K_{red}

$$K_{red} = \frac{1 - \Delta K_{th}/K_{max}}{PP - 1} \left(K_{max,p} \sqrt{1 - \frac{a - a_p}{R_{y,p}}} - K_{max} \right) \quad (5.36)$$

kde $R_{y,p}$

$$R_{y,p} = \frac{1}{S\pi} \left(\frac{K_{max,p}}{R_{p0,2}} \right)^2 \quad (5.37)$$

Význam symbolů - [2]:

$K_{max,p}$	maximum součinitele intenzity napětí při přetížení
a_p	délka trhliny při přetížení
$R_{y,p}$	poloměr plastické zóny po přetěžujícím cyklu
ΔK_{th}	prahová hodnota ΔK při asymetrii $R = 0$
$R_{p0,2}$	mez kluzu materiálu
S	vyjádření stavu napjatosti (RN: $S = 2$, RD: $S = 6$)
PP	poměr mezi rozkmitem napětí v přetěžujícím a základním cyklu, při němž dojde k úplnému zastavení trhliny ($2 \leq PP \leq 3$) – materiálová charakteristika

Přetěžujícím cyklem měnícím hodnoty $K_{max,p}$, a_p a $R_{y,p}$ je každý, v němž se posune přední okraj plastické zóny.

Ve výpočtu mohou nastat tři stavy, které rozhodují o dosazení za ΔK do rovnice 5.16:

1. $K_{min,ef} > 0, K_{max,ef} > 0$ $\Delta K^* = \Delta K$
2. $K_{min,ef} < 0, K_{max,ef} > 0$ $\Delta K^* = K_{max,ef}$
3. $K_{max,ef} < 0$ $\Delta K^* = 0$

Přírůstek délky trhliny se počítá dle zákona Parise a Erdogana, viz rovnice 5.16.

5.6. DALŠÍ PODSTATNÉ VELIČINY OVLIVŇUJÍCÍ RŮST TRHLINY

V technické praxi je důležité znát veškeré faktory, které ovlivňují růst trhliny. Řešením konkrétního problému lze tyto faktory více specifikovat a některé faktory vůči vlivu na růst trhliny zanedbat. V literatuře [4] jsou tyto faktory rozděleny do čtyř skupin:

1. Charakteristiky zatěžování (obecně označení Z)

- mód zatěžování, viz obr. 5.1
- rozkmit napětí $\Delta\sigma$, resp. odpovídající rozkmitu součinitele intenzity napětí ΔK (ten však již záleží i na geometrii z důvodu tvarové funkce Y_I)
- asymetrie cyklu R (vliv středního napětí)
- frekvence zatěžování f
- tvar zatěžovacího cyklu (např. sinusový, obdélníkový, pilový apod.)
- interakce mezi zatěžovacími cykly při zatěžování s proměnnou amplitudou napětí
- stav napjatosti (rovinná deformace, rovinná napjatost)
- zbytková napětí v tělese s trhlinou zejména u kořene trhliny

2. Geometrické charakteristiky (obecně označované A)

- absolutní a relativní rozměry trhliny (např. a , a/b – poměr mezi délkou trhliny a šířkou tělesa, viz obr. 5.7)
- geometrie trhliny (např. tvar, orientace vůči hlavnímu napětí apod.)
- geometrie tělesa s trhlinou
- koncentrace napětí na konstrukčních vrubech

3. Materiálové charakteristiky (obecně označované M)

- chemické složení slitiny
- rozložení legujících prvků a nečistot
- mikrostruktura a krystalová struktura
- tepelné zpracování (kalení, žíhání apod.)
- mechanické zpracování (válcování, lisování, obrábění apod.)
- textura (přednostní orientace zrn a jejich hranic)
- mechanické vlastnosti (modul pružnosti v tahu a ve smyku, pevnost, tažnost, mez kluzu, lomová houževnatost apod.)

4. Charakteristiky prostředí (obecně označení T)

- teplota
- typ prostředí (skupenství plynné, kapalné apod.)
- parciální tlak poškozujících složek v plynném prostředí
- koncentrace poškozujících složek v tekutém (např. vodním) prostředí
- elektrický potenciál
- kyselost (ph)
- viskozita
- radiační tok
- povrchové povlaky

Z předchozího výkladu vyplývá, že faktorů ovlivňujících růst trhliny je velké množství. Z důvodu ohromného množství interakcí mezi jednotlivými faktory není prakticky možné nalézt vztah typu: $v = v(Z, A, M, T)$. V některých literaturách je možno nalézt rovnice tohoto typu, avšak je potřeba znát větší množství parametrů, což skutečné uplatnění v praxi výrazně omezuje - [4].

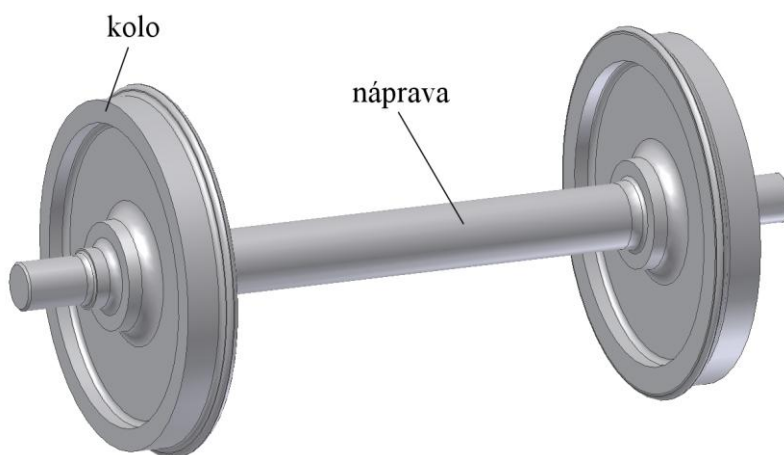
6. ŽELEZNIČNÍ DVOJKOLÍ

Podvozek kolejových vozidel (viz např. obr. 6.1) je nosnou částí celého kolejového vozidla (vagónu nebo lokomotivy). Na samotném podvozku najdeme plno funkčních komponentů, jako jsou tlumiče, pružiny, brzdy, ložiska a jiné. Jeden z nejvýznamnějších dílů takového podvozku je železniční dvojkolí.



obr. 6.1 – podvozek kolejového vozidla – [14]

Železniční dvojkolí patří k nejvíce namáhaným dílům z celého podvozku. Dvojkolí přenáší veškeré zatížení mezi kolejovým vozidlem a kolejnicí. Toto zatížení je v provozním stavu proměnné (střídavý ohyb), a proto je železniční dvojkolí náchylné ke vzniku únavových trhlin, které se mohou šířit a způsobit selhání celého dvojkolí, což v důsledku může vést k havárii celé vlakové soupravy. Model uvažovaného železničního dvojkolí je zobrazen na obr. 6.2.



obr. 6.2 – uvažované železniční dvojkolí

Podle obr. 6.2 se železniční dvojkolí skládá ze tří dílů:

1. **Náprava** je odstupňovaná hřídel, která může být z plného materiálu nebo s vnitřní dutinou. Na obou koncích nápravy se vyskytují opěrné plochy pro ložiska.
2. **Dvě kola** jsou často nalisovaná na nápravu.

6.1. MECHANICKÉ ZATÍŽENÍ PŮSOBÍCÍ NA ŽELEZNIČNÍ DVOJKOLÍ

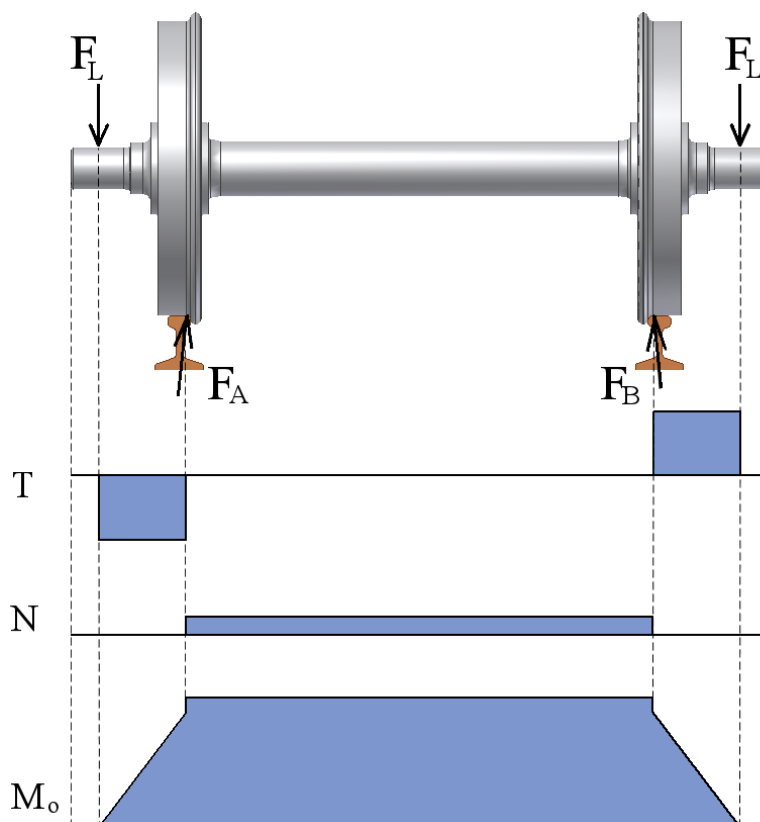
Zadané železniční dvojkolí pochází z nehnacího



kolejového vozidla – vagónu (nevzniká krouticí moment od pohonu). Daná náprava je brzděna pomocí špalíků, které brzdí třecím účinkem o obvodovou plochu kola. Tento typ brzd nevyvolá mezi koly dvojkolí krouticí moment při brzdění. Ve výpočtech bude uvažováno tažené kolejové vozidlo s dvěma železničními dvojkolími, viz obr. 6.3.

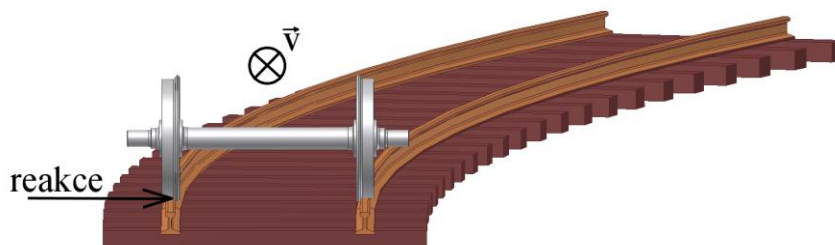
obr. 6.3 – kolejové vozidlo s dvěma železničními dvojkolími

Krouticí moment se tedy může vyskytnout pouze na malém úseku šířky obou nalisovaných kol. Hlavní zatížení dvojkolí plyne ze zatížení vlastní hmotností kolejového vozidla (hmotnost vagónu a cestujících resp. nákladu), které připadá na jedno dvojkolí (nápravu) kolejového vozidla. Zatížení od hmotnosti je přenášeno přes ložiska. Na obr. 6.4 je toto zatížení označeno F_L . Na tomto obrázku je i znázorněn průběh výsledných vnitřních účinků (VVÚ) - průběh posouvající síly T , axiální síly N a ohybového momentu M_o .



obr. 6.4 – výsledné vnitřní účinky železničního dvojkolí – idealizovaný stav

Při statickém výpočtu s uvážením vodorovných kolejnic (idealizovaný stav) je zatížení od ložisek z obou stran stejně velké. V idealizovaném případě jsou i reakce od kolejnic stejně velké. V provozním režimu však dochází k neidealizovanému namáhání, které mění charakter průběhu VVÚ. Pokud se vlaková souprava pohybuje např. do zatáčky (obr. 6.5), tak na vlakovou soupravu působí odstředivá síla, která je zachycena reakcí vnější kolejnice.



obr. 6.5 – dvojkolí jedoucí ohybem železniční tratě

Tato reakční síla od zakřivené vnější kolejnice způsobí přidavný ohybový moment, který namáhá celé dvojkolí.

Pro pohyb po kružnici platí:

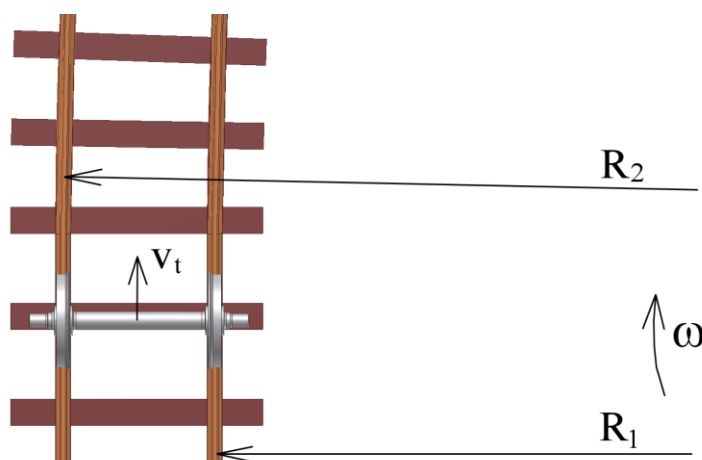
$$v_T = \omega R \quad (6.1)$$

kde v_T je rychlost tělesa (v našem případě dvojkolí)

ω je úhlová rychlost

R je poloměr kružnice

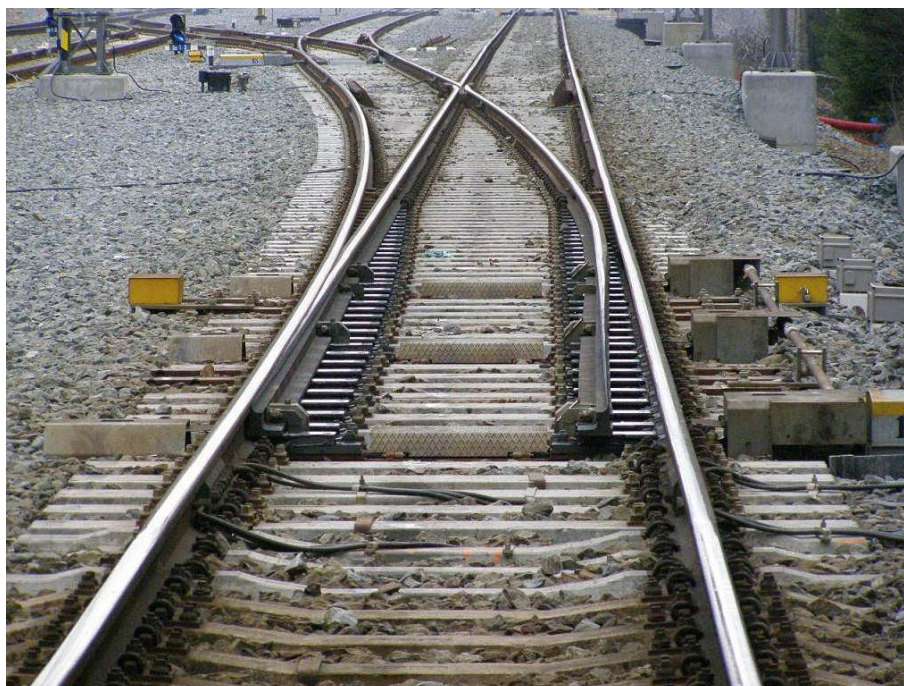
V souladu s rovnicí 6.1 platí, že pokud se těleso pohybuje po kružnici konstantní úhlovou rychlostí ω , pak se jeho rychlost vypočítá násobením úhlové rychlosti ω s poloměrem kružnice R . V případě železničního dvojkolí se však každé kolo pohybuje po různém poloměru R_1 resp. R_2 , viz obr. 6.6. Tyto rozdílné poloměry způsobí, že dle rovnice 6.1 se bude každé kolo pohybovat různou rychlostí v . Z důvodu, že ale není dovoleno protočení mezi kolem a nápravou, pohybují se obě kola stejnou rychlostí v , avšak dochází k prokluzu, který způsobí krouticí moment mezi oběma koly. V případě silničních vozidel je tento problém obvykle vyřešen použitím diferenciálu, který dovoluje vzájemné otočení mezi koly a krouticí moment zde nevzniká.



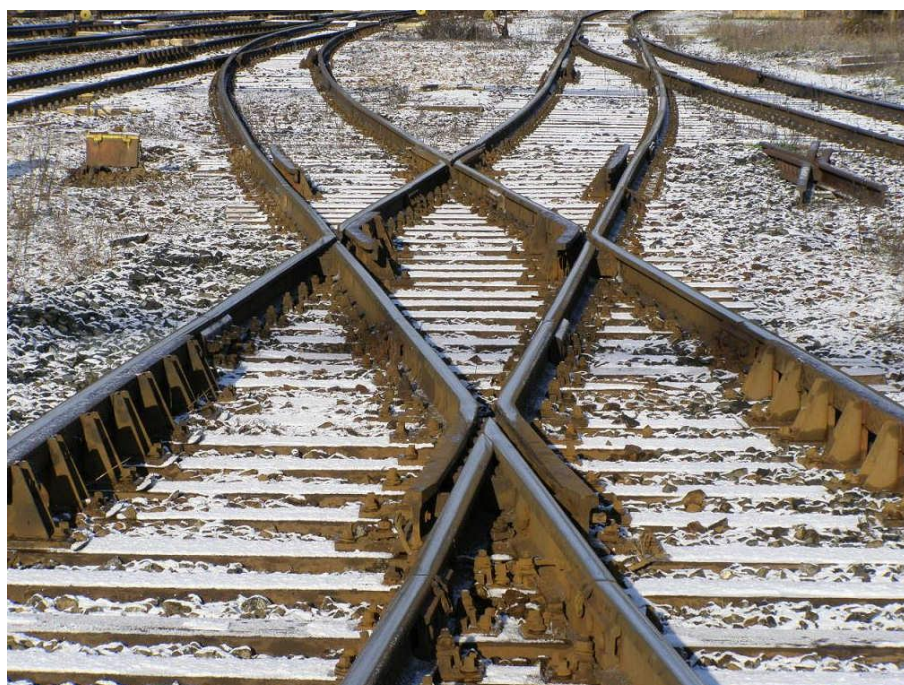
obr. 6.6 – vznik krouticího momentu od průjezdu ohybem železniční tratě

V praktickém provozu se však užívají kolejnice o velkých poloměrech zakřivení a vliv krouticího momentu na namáhání dvojkolí lze zanedbat.

Při provozním režimu vznikají dynamické síly při přejezdu např. přes výhybku obr. 6.7, nebo např. přes kolejovou křižovatku obr. 6.8.



obr. 6.7 – výhybka způsobující při průjezdu dynamické zatížení dvojkolí – [15]



obr. 6.8 – kolejová křižovatka – [15]

Vzhledem k tomu, že z technologického hlediska nelze vyrábět kolejnice z jednoho kusu, musí se spojovat. Spojené kolejnice však nikdy nejsou dokonale napojeny takovým

způsobem, aby na sebe plynule navazovaly (tečnost ve všech směrech). Při průjezdu spojeným místem tak vynikají od nerovností kolejnic menší či větší dynamické síly, které železniční dvojkolí mechanicky namáhají. V technické praxi jsou používány nerozebíratelné spoje (svařované kolejnice – obr. 6.9) nebo rozebíratelné spoje – obr. 6.10.



obr. 6.9 – nerozebíratelný spoj kolejnic – [16]



obr. 6.10 – rozebíratelný spoj kolejnic – [16]

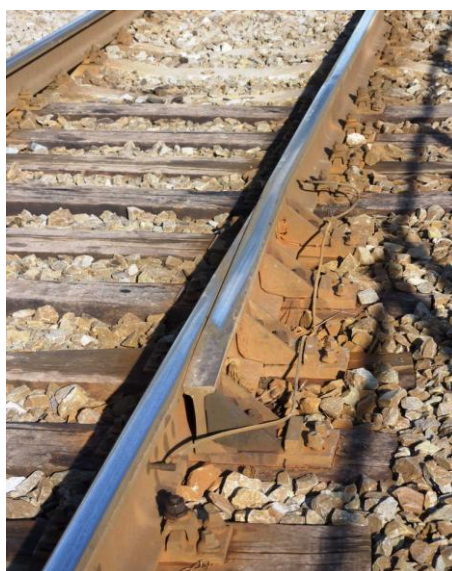
Skutečný stav železničních kolejí je takový, že i když jsou naprojektovány jako rovné, v technické praxi není nikdy možno zcela dokonale tohoto předpokladu dosáhnout. To ukazuje obr. 6.11, na kterém je vidět nedokonalá přímota kolejí. Oproti přejezdům přes výhybky, křižovatky apod. je dynamické zatížení menší. Vlivem vyšších provozních rychlostí

vlakové soupravy na rovných úsecích však nelze tyto dynamické účinky mezi „křivou“ kolejí a dvojkolím zcela zanedbat.



obr. 6.11 – nerovnost kolejí – [17]

Vlivem teplotních roztažností mají kolejnice při různých teplotách tendenci měnit svoji délku. Při nízkých teplotách se smršťují a někdy i praskají, naopak při vyšších teplotách mají tendenci se roztáhnout a vybočit. Z tohoto důvodu se po určitých délkách kolejí umísťují tzv. dilatační zařízení – obr. 6.12.



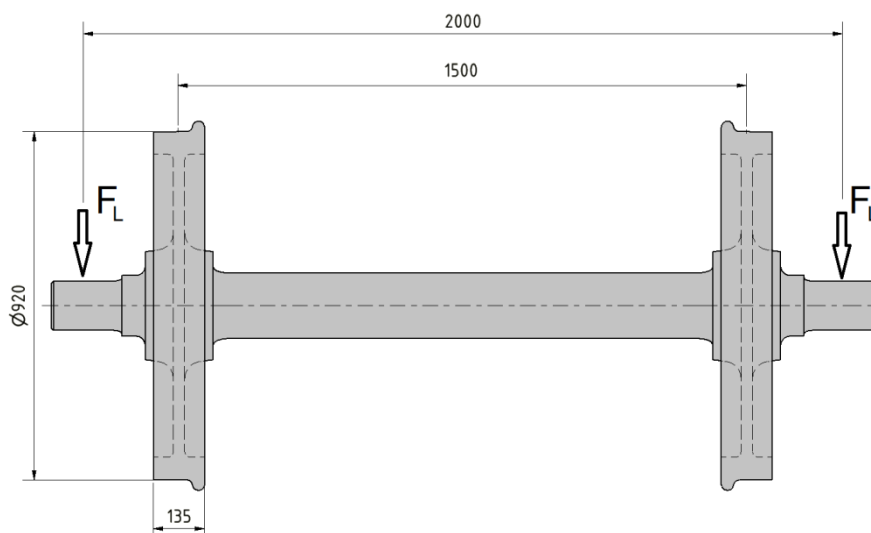
obr. 6.12 – dilatační zařízení – [15]

Shrnutí:

Mechanické zatížení železničního dvojkolí je obecně značně komplikované, proto je nutné zjednodušení. Z tohoto důvodu bude numerickým výpočtem určeno kritické místo železničního dvojkolí. V kritickém místě bude předpokládána přítomnost vady typu trhlina.

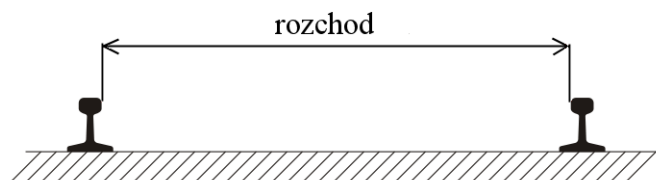
6.2. STANOVENÍ KRITICKÉHO MÍSTA NA ZADANÉM ŽELEZNIČNÍM DVOJKOLÍ

Zadané železniční dvojkolí se základními rozměry je zobrazeno na obr. 6.13. Dokumentace dvojkolí od nejmenované společnosti podléhá ochraně duševního vlastnictví, a proto zde budou uvedeny jen základní rozměry. Na rozteči 2000 mm jsou umístěny středy ložisek, které přenáší veškeré zatížení od hmotnosti kolejového vozidla. Kola jsou na nápravu nalisovány s roztečí 1500 mm (vůči středu kol).



obr. 6.13 – zadané dvojkolí - základní rozměry

Podle [18] je ve střední a západní Evropě nejčastěji používaný tzv. normální rozchod o rozměru 1435 mm. Rozchod je vzdálenost mezi vnitřními hranami kolejnic, viz obr. 6.14.



obr. 6.14 – rozchod kolejnic

V literatuře [19] je uvedeno, že existuje norma ČSN 13103, která přesně definuje výpočet hmotnosti kolejového vozidla. Provozní hmotnost kolejového vozidla se skládá z hmotnosti samostatného vozidla (včetně plných nádrží na vodu, písek, palivo atd.) a užitečného zatížení (hmotnost cestujících, zavazadel – obecně nákladu).

Parametry kolejového vozu:

m_v hmotnost prázdného vozidla bez dvojkolí: 12 t

m_d hmotnost dvojkolí: 1 t

m_n hmotnost nákladu: 28 t

m_c celková hmotnost působící zatěžující dvojkolí

$$m_c = m_v + m_n = 12 + 28 = 40 \text{ t}$$

Počet náprav kolejového vozidla (počet dvojkolí): 2

Pro hledání kritického místa železničního dvojkolí budeme předpokládat rovnoměrné zatížení obou náprav. U statického výpočtu, kde bude bráno do úvahy pouze zatížení od celkové hmotnosti působící na dvojkolí, platí:

$$F_L = \frac{m_c g}{2p} \quad (6.2)$$

kde F_L je zatížení v ložisku

p je počet náprav (dvojkolí)

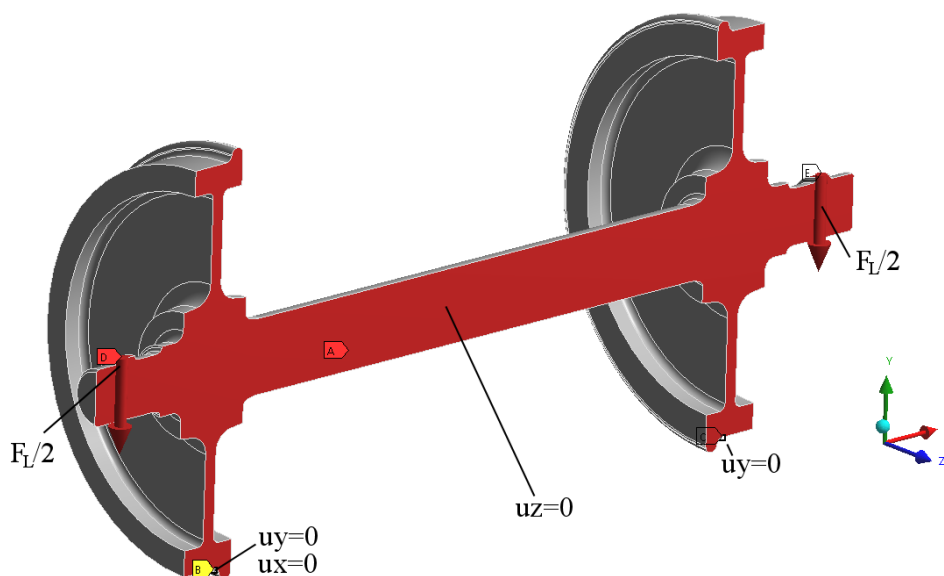
g je gravitační zrychlení (bráno $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ – konzervativní přístup)

Dosazením konkrétních hodnot do rovnice 6.2 obdržíme:

$$F_L = \frac{m_c g}{2p} = \frac{40\,000 \cdot 10}{2 \cdot 2} = 100\,000 \text{ N}$$

1) Idealizovaný statický výpočet

K numerickému výpočtu lze využít např. konečnoprvkový program ANSYS, který je dostupný na VUT v Brně. Vzhledem k symetrii lze modelovat pouze polovinu dvojkolí, viz obr. 6.15.



obr. 6.15 – okrajové podmínky pro statický výpočet zatížení

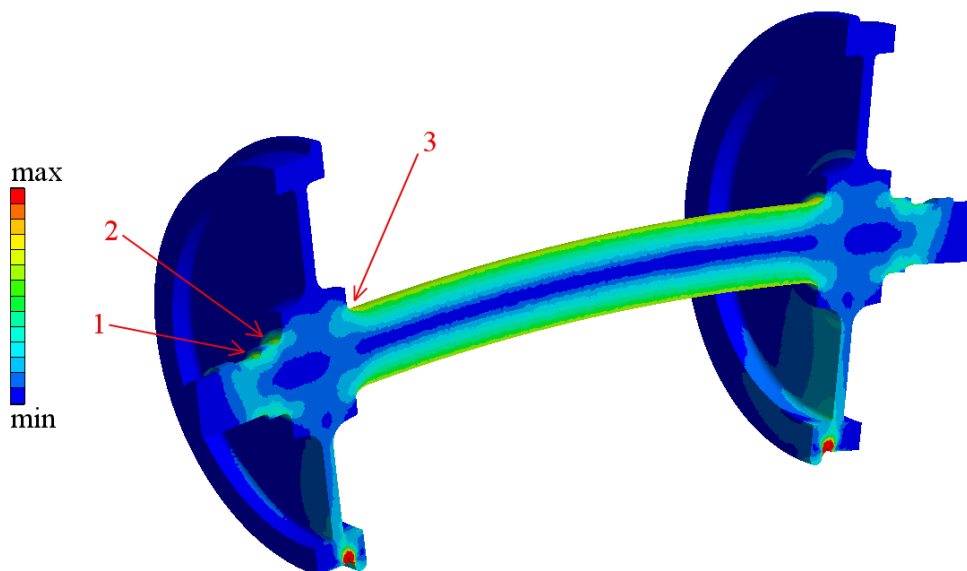
Jelikož bylo dvojkolí modelováno jako poloviční model, i zatížení v každém ložisku muselo být uvažováno jako poloviční.

Přibližně ve vzdálenosti rozchodu je ve dvou bodech zabráněno posuvům ve svislém směru ($u_y = 0$)

Levé kolo z obr. 6.15 má navíc ve stejném bodě zabráněn posuv ve vodorovném směru ($u_x = 0$) pro zamezení pohyblivosti celého dvojkolí.

Poslední okrajová podmínka se týká symetrie, kde v místě polovičního řezu jsou nastaveny symetrické podmínky ($u_z = 0$)

Výsledek redukovaného napětí při idealizovaném statickém namáhání je vidět na obr. 6.16. Maximální hodnoty se vyskytují v místě styku s kolejnicí. Tento výsledek je způsoben faktem, že okrajová podmínka, která zabraňuje posunutí ve svislém směru, je umístěna v bodu (uzlu), což způsobí zkreslující špičku napětí. Z tohoto důvodu budou nebezpečnými místy spíše oblasti označené na obr. 6.16 šipkami 1, 2 a 3.



obr. 6.16 – redukované napětí při statickém idealizovaném výpočtu

2) Přibližný model zatížení při průjezdu zatáčkou

Na obr. 6.5 je zobrazeno, že při průjezdu zatáčkou vlivem odstředivé síly vzniká reakce na vnější kolejnici, která namáhá dané dvojkolí.

Dostředivé zrychlení a_d se pro hmotný bod vypočítá následovně:

$$a_d = \frac{v_T^2}{R} \quad (6.3)$$

kde a_d je dostředivé zrychlení
 v_T je rychlost hmotného bodu
 R je poloměr kružnice

Budeme-li předpokládat, že se kolejové vozidlo pohybuje rychlostí $v_T = 90 \text{ km.hod}^{-1}$ (25 m.s^{-1}) po obloukové koleji se středním poloměrem $R = 300 \text{ m}$, potom dosazením do rovnice 6.3 dostaneme:

$$a_d = \frac{v_T^2}{R} = \frac{25^2}{300} = 2,1 \text{ m.s}^{-2}$$

Celková odstředivá síla se spočítá z Newtonova zákona:

$$F_{od} = (m_c + p \cdot m_d) a_d \quad (6.4)$$

kde F_{od} je odstředivá síla
 m_c celková hmotnost zatěžující dvojkolí
 m_d hmotnost dvojkolí
 p počet dvojkolí na kolejovém vozidle

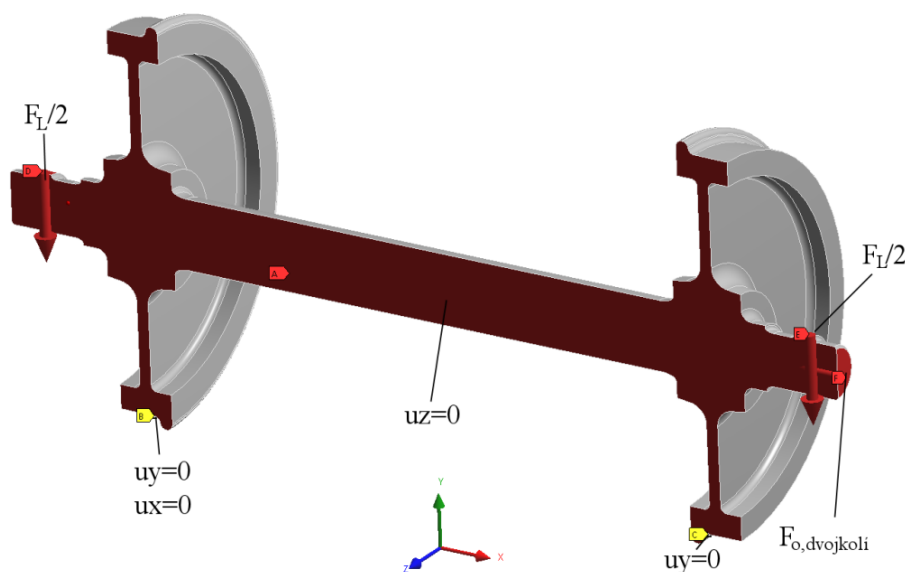
dosazením do rovnice 6.4 obdržíme:

$$F_{od} = (m_c + p \cdot m_d) a_d = (40\,000 + 2 \cdot 1000) \cdot 2,1 = 88\,200 \text{ N}$$

Budeme-li předpokládat rovnoměrné přenesení odstředivé síly mezi oběma nápravami (dvojkolími), tak odstředivá síla pro jedno dvojkolí bude poloviční.

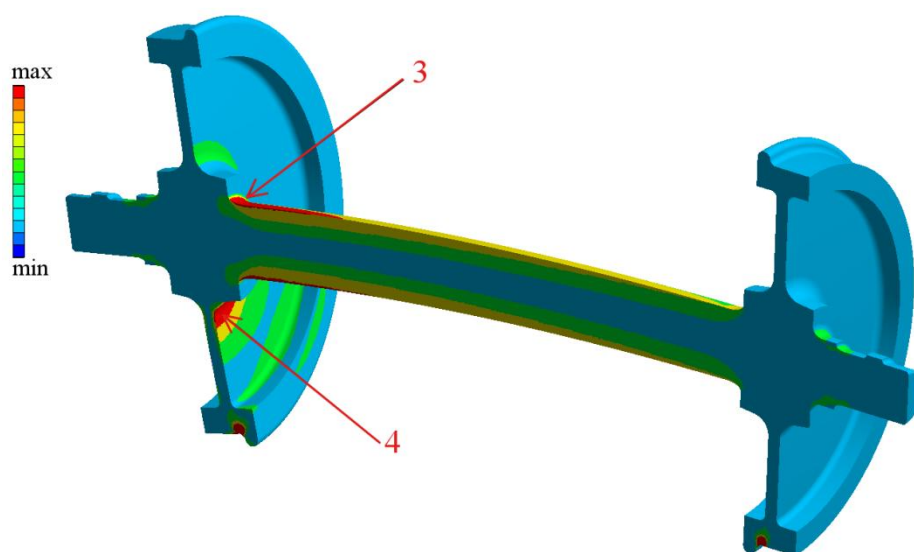
$$F_{od, \text{dvojkolí}} = \frac{F_{od}}{2} = \frac{88\,200}{2} = 44\,100 \text{ N}$$

Jelikož lze opět při tvorbě modelu využít symetrie dvojkolí, tak zadaná síla v konečnoprvkovém programu ANSYS bude poloviční, tedy cca 22 kN. Tato síla bude umístěna na pravé čelo nápravy (neodpovídá zcela realitě, ale pro určení kritického místa je dostačující). Okrajové podmínky pro numerický výpočet jsou zobrazeny na obrázku 6.17.



obr. 6.17 – okrajové podmínky pro simulaci průjezdu obloukem

Na obr. 6.18 je znázorněn výsledek rozložení redukovaného napětí na železničním dvojkolí při průjezdu zatáčkou. Při průjezdu obloukem (zatáčkou) vzniká na vnější kolejnici reakce, která zachytává odstředivé síly od vlakové soupravy. Tato reakce ovšem vyvolá v několika oblastech železničního dvojkolí zvýšené koncentrace napětí. Jedno z kritických míst je totožné s kritickým místem určeným na základě idealizovaného statického výpočtu (oblast 3, viz obr. 6.16 a obr. 6.18).



obr. 6.18 - redukované napětí při simulaci průjezdu zatáčkou

Na obr. 6.18 je taktéž vidět nebezpečná oblast 4, která ovšem je výrazně namáhána pouze při jízdě po obloukové koleji (např. zatáčka). Z vypočítaných výsledků a praktických zkušeností bude předpokládáno, že únavová trhлина může vzniknout v konstrukčním vrubu, který je označen šipkou 3 na obr. 6.16 a obr. 6.18.

Shrnutí:

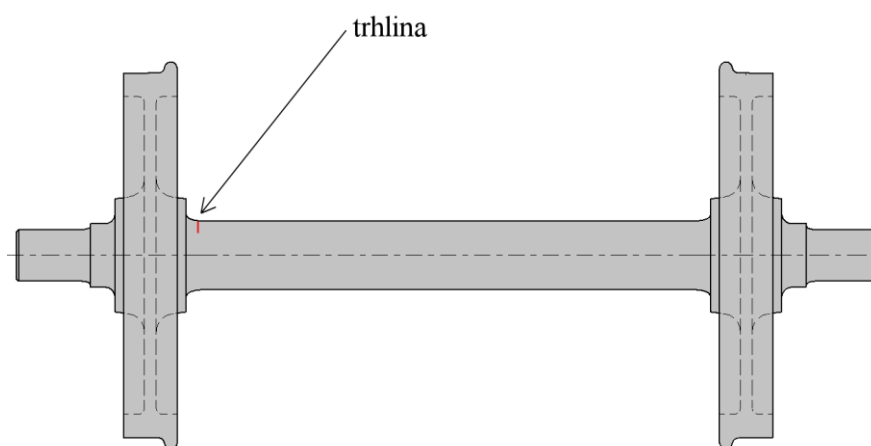
V našem případě jsou k brzdění vlakové soupravy užity špalíkové brzdy (obr. 6.3), které nevytváří na nápravě v oblasti mezi koly krouticí moment. V případě užití kotoučových brzd s kotouči na nápravě však krouticí moment vzniká a zvyšuje mechanické namáhání dvojkolí. Špalíkové brzdy v závislosti na konstrukčním provedení způsobí přídavné ohybové momenty, které rovněž zvyšují mechanické namáhání železničního dvojkolí. Předpoklad kritického místa však zůstane nezměněn.

Provedené výpočty jsou idealizovány a slouží ke stanovení kritického místa dvojkolí. V našem případě není nutné zjišťovat konkrétní číselné hodnoty napětí v železničním dvojkolí z výpočtu, ale stačí zjistit, kde se vyskytují koncentrace napětí v daném železničním dvojkolí. Výpočtem nelze rovněž postihnout všechny provozní stavy, neboť máme celou škálu možných faktorů, které mohou celkové zatížení ovlivnit. V předchozí podkapitole byly uvedeny vlivy geometrického tvaru kolejí, dále je tu vliv rychlosti (velikosti dynamických sil), na koleji se rovněž může vyskytovat např. zmrzlý sníh, spadené větve, kameny (blízký kamenolom, či vandalismus).

6.3. STANOVENÍ VELIKOSTI NAPĚTÍ V KRITICKÉM MÍSTĚ PŘI PROVOZNÍCH PODMÍNKÁCH

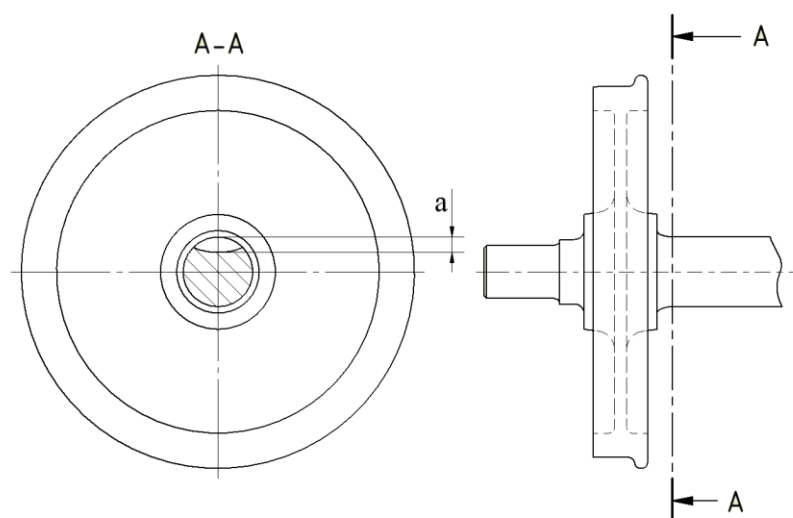
Předchozí podkapitola se věnovala zjištění kritického místa daného železničního dvojkolí. Vzhledem k velké koncentraci napětí bylo určeno místo v blízkosti nalisovaného kola, kde dochází k zúžení průměru nápravy, viz obr. 6.19. V takovém místě se může s poměrně velkou pravděpodobností iniciovat trhlina, která způsobuje riziko únavového porušení. Namáhání daného místa je dominantně od ohybového momentu, který vzniká vlivem sil od obou ložisek a od reakcí kolejnic. Ohybové namáhání způsobuje při provozu proměnné namáhání tah/tlak, což odpovídá módu I zatěžování. U módu I roste trhlina kolmo k působícímu otevíracímu napětí (v našem případě kolmo na osu nápravy).

Poznámka: V případě namáhání více módy nelze směr šíření trhliny určit pouhou úvahou.



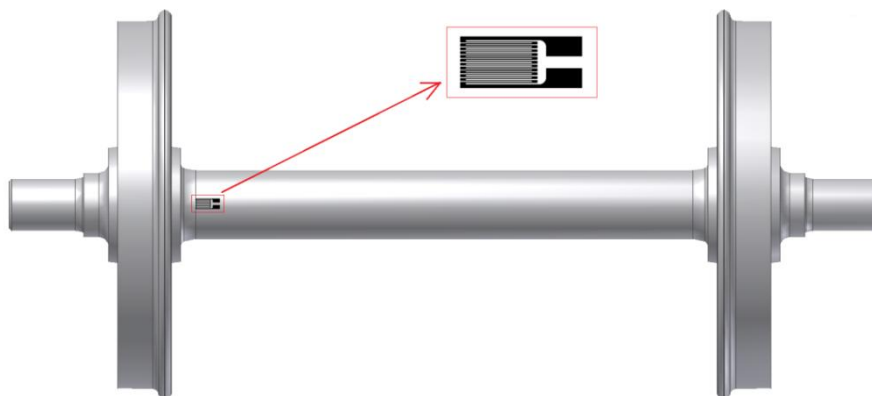
obr. 6.19 – lokalizace iniciace trhliny

Dále budeme předpokládat, že trhlina bude mít eliptický tvar, kde délka jedné poloosy odpovídá délce trhliny a , viz obr. 6.20. Uvedený předpoklad se opírá o reálná data z únavových zkoušek nápravy.



obr. 6.20 – předpokládaný tvar trhliny

Podle zmíněných předpokladů by se měl do kritického místa nalepit odporový tenzometr, jak je schématicky znázorněno na obr. 6.21. Pomocí tenzometru by se změřilo délkové přetvoření, které by se následně přepočítalo na napětí. Pro přesný výpočet je potřeba zajistit dostatečně dlouhý záznam provozního zatížení, který reprezentuje mechanické namáhání během celkového provozu železničního dvojkolí.



obr. 6.21 – místo nalepeného tenzometru

Vlastní měření není v rámci diplomové práce z finančních důvodů realizovatelné, avšak jsou k dispozici naměřená data z obdobného dvojkolí. (Jedná se o data, která byla poskytnuta ÚFM AV ČR, v. v. i. za účelem stanovení zbytkové životnosti vlakové nápravy. Tato data jsou součástí know-how zadavatele a jako taková chráněna před použitím třetí osobou. Pro účely zpracování diplomové práce byla upravena. Zachován byl typický charakter zatěžování, nicméně hodnoty napětí ani četnosti nemusí odpovídat provozním hodnotám.) Tyto data (viz tab. 6.1) jsou však již bohužel roztříděna podle amplitud napětí a informace o pořadí cyklů je nenávratně ztracena. Z tohoto důvodu bude v závěrečné části této práce věnována kapitola, kde bude rozebrána velikost vlivu pořadí cyklů na růst trhliny.

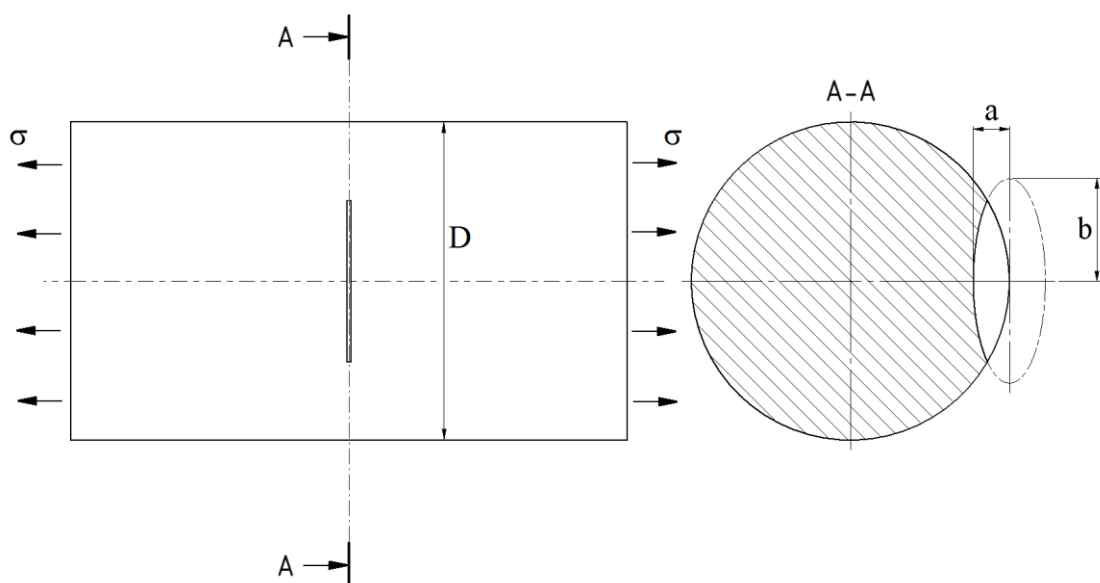
napětí [MPa]	četnost	napětí [MPa]	četnost
345,0	1	210,0	1600
337,5	2	202,5	3200
330,0	3	195,0	3200
322,5	4	187,5	3200
315,0	5	180,0	3200
307,5	6	172,5	6400
300,0	24	165,0	6400
292,5	48	157,5	6400
285,0	92	150,0	6400
277,5	200	142,5	25000
270,0	400	135,0	25000
262,5	800	127,5	40000
255,0	1600	120,0	70000
247,5	1600	112,5	50000
240,0	1600	105,0	50000
232,5	1600	97,5	25000
225,0	1600	90,0	25000
217,5	1600		

tab. 6.1 – spektrum zatížení z dostupného měření na obdobném dvojkolí

6.4. STANOVENÍ TVAROVÉ FUNKCE

Jak již bylo zmíněno v předchozí části práce, omezíme se na předpoklad namáhání pouze v módu I zatěžování. Za tohoto předpokladu potřebujeme zjistit tvarovou funkci Y_I pro výpočet součinitele intenzity napětí K_I , viz rovnice 5.8. Tvar železničního dvojkolí s uvažovanou trhlinou v dané oblasti nepatří mezi základní geometrické případy. Z tohoto důvodu není možno v běžné literatuře najít analytický vztah pro výpočet tvarové funkce Y_I . Proto bude tvarová funkce Y_I určena pomocí numerické metody (tzv. přímé metody).

Nejprve je nutno zjistit průběh vývoje tvaru uvažované trhliny. Ve výpočetní praxi se často skutečný tvar trhliny aproximuje částí elipsy, která v průběhu růstu mění rozměry svých poloos a a b . Mějme válcové těleso s trhlinou na okraji, kde líce trhliny jsou kolmé k ose válce (v uzavřeném stavu) a zároveň kolmé k otevíracímu napětí σ , viz obr. 6.22.



obr. 6.22 – uvažovaný tvar trhliny

Střed elipsy je vždy na povrchu válcového tělesa. Rozměr a je délkou trhliny (nejhlubší místo) a zároveň délkou první poloosy elipsy. Rozměr druhé poloosy b lze vyjádřit vztahem:

$$b = ka \quad (6.5)$$

kde konstanta k je podle literatury [20] dána rovnicí:

$$k(a) = 2549 \left(\frac{a}{D}\right)^4 - 1186 \left(\frac{a}{D}\right)^3 + 164,5 \left(\frac{a}{D}\right)^2 + 5,84 \left(\frac{a}{D}\right) + 1,19 \quad (6.6)$$

kde D je průměr válcového tělesa s trhlinou.

V případě daného železničního dvojkolí je v kritickém místě průměr $D = 173 \text{ mm} = 0,173 \text{ m}$. Dosazením rovnice 6.6 do rovnice 6.5 obdržíme pro zadané dvojkolí vztah:

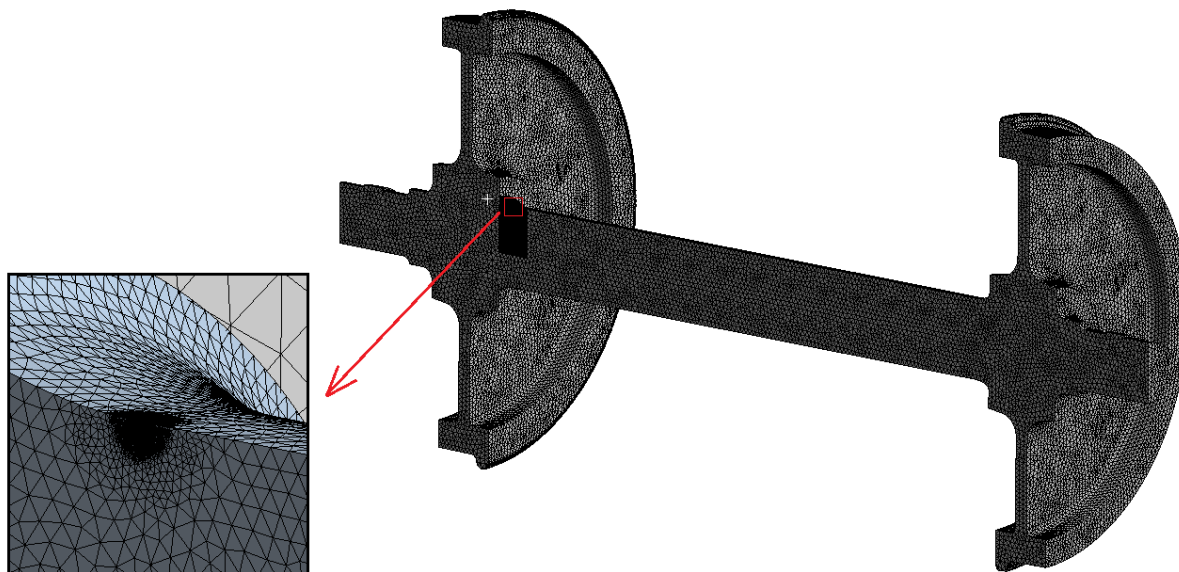
$$b(a) = 2\,845\,676a^5 - 229\,058a^4 + 5496a^3 + 34a^2 + 1,19a \quad (6.7)$$

krok 1

trhlina délky $a = 1 \text{ mm}$, dosazením do rovnice 6.7 obdržíme:

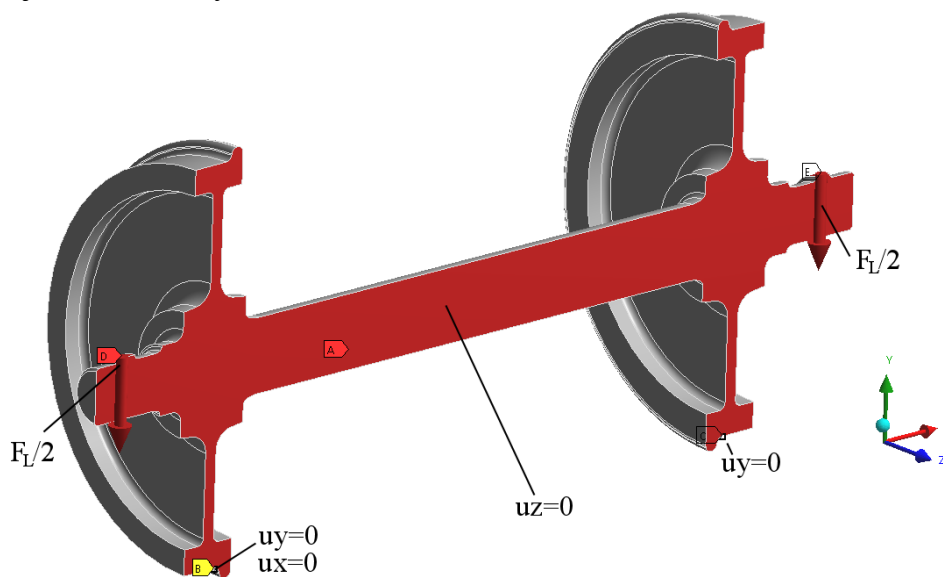
$$b = 2\,845\,676(0,001)^5 - 229\,058(0,001)^4 + 5496(0,001)^3 + 34(0,001)^2 + 1,19(0,001) \\ = 0,00123\text{m} = 1,23 \text{ mm}$$

Pomocí modeláře Autodesk Inventor se vytvoří v kritickém místě trhlina s charakteristickými rozměry $a = 1 \text{ mm}$ a $b = 1,23 \text{ mm}$. Opět díky symetrii trhliny lze modelovat poloviční model. Tento model se nainportuje do programu ANSYS. V případě výpočtů s trhlinou musí být síť v blízkosti čela trhliny velmi jemná, viz obr. 6.23.



obr. 6.23 – jemná síť konečných prvků v oblasti trhliny

Okrajové podmínky zůstávají stejné jako u idealizovaného statického výpočtu pro výpočet dvojkolí bez trhliny, viz obr. 6.24.



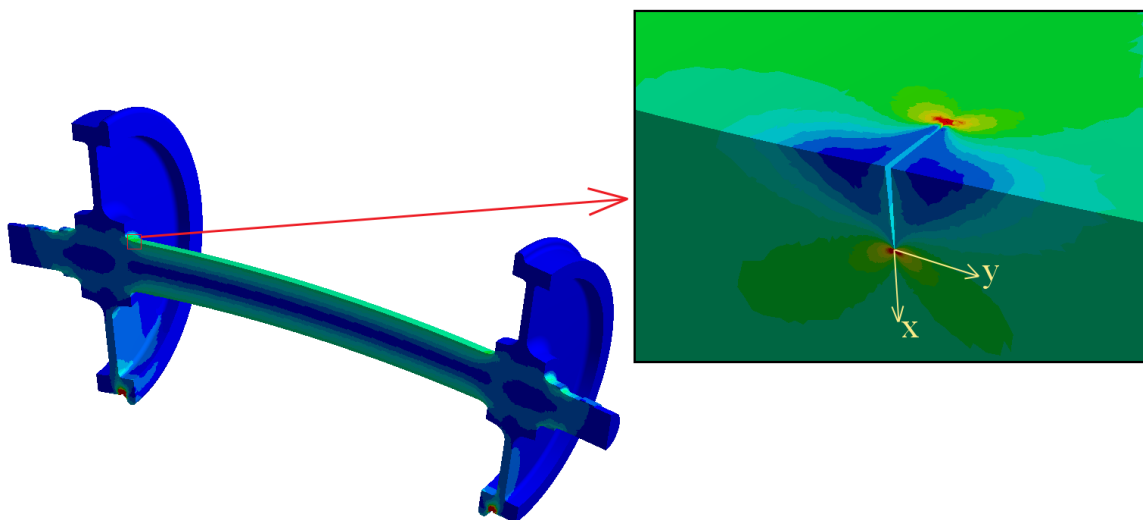
obr. 6.24 – okrajové podmínky pro výpočet K_I

Jelikož bylo dvojkolí modelováno jako poloviční model, tak i zatížení v každém ložisku musí být uvažováno jako poloviční $F_{L2} = 50\,000\text{N}$.

Přibližně ve vzdálenosti rozchodu je ve dvou bodech zabráněno posuvům ve svislém směru ($u_y = 0$)

Levé kolo z obr. 6.15 má navíc ve stejném bodě zabráněn posuv ve vodorovném směru ($u_x = 0$) pro zamezení pohyblivosti celého dvojkolí.

Poslední okrajová podmínka se týká symetrie, kde v místě polovičního řezu jsou nastaveny symetrické podmínky ($u_z = 0$)



obr. 6.25 – vykreslení redukovaného napětí – detail trhliny

K dalšímu výpočtu bude užito rovnice 5.4, která lze přepsat na tvar:

$$\sigma_{yy} = \sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad (6.8)$$

S využitím funkce „path“ v programu ANSYS lze pro $\theta = 0$ vykreslit složku napětí σ_{yy} v závislosti na vzdálenosti r od kořene trhliny, viz obr. 5.3.

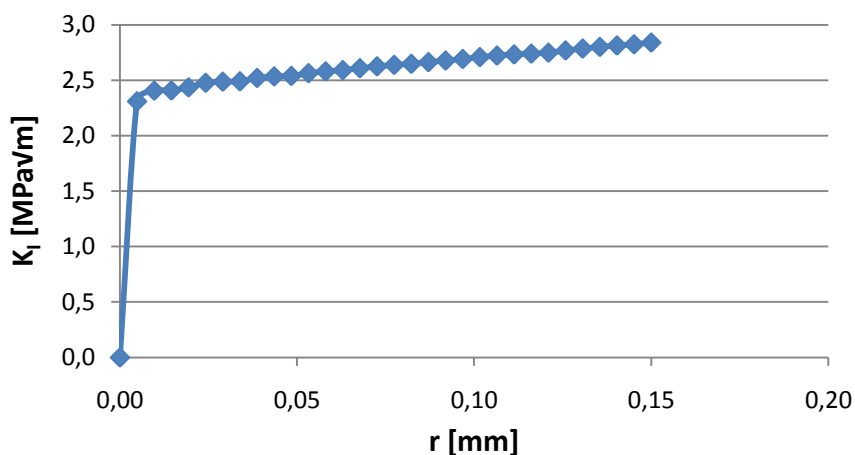
Pro vyhodnocování součinitele intenzity napětí jsou důležité hodnoty napětí σ_{yy} stanovené do cca 10-15 % délky trhliny. Pro trhlinu délky $a = 1\text{ mm}$ je to tedy určení σ_{yy} do vzdálenosti $r = 0,15\text{ mm}$ od kořene trhliny. Takto získaná data z programu ANSYS jsou pomocí rovnice 6.9 přepočítána na součinitel intenzity napětí K_I .

$$K_I = \frac{\sigma_{yy}\sqrt{2\pi r}}{\sqrt{1000}} \quad (6.9)$$

Poznámka:

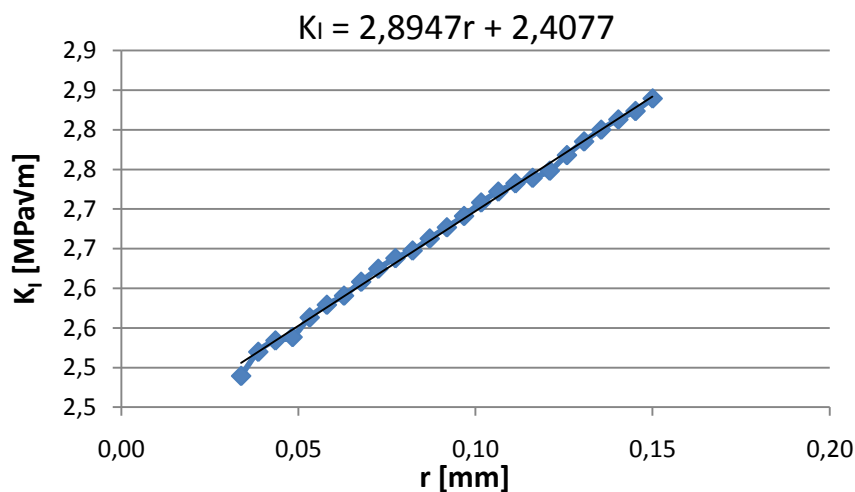
Z důvodu, že r je v jednotkách mm , je nutné celý výraz dělit $\sqrt{1000}$ pro obdržení součinitele intenzity napětí K_I v jednotkách $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$.

Pomocí rovnice 6.9 a dat získaných z programu ANSYS lze vykreslit průběh součinitele intenzity napětí v závislosti na vzdálenosti r od kořene trhliny, viz obr. 6.26.



obr. 6.26 – průběh K_I v závislosti na vzdálenosti r od kořene trhliny

Z důvodu numerické chyby v blízkosti kořene trhliny nejsou vykresleny hodnoty, které odpovídají těsné blízkosti kořene trhliny. Zbylé hodnoty v grafu proložíme přímkou a necháme vypsát rovnici této přímky, viz obr. 6.27.



obr. 6.27 – průběh K_I vynechání hodnot pro $r \rightarrow 0$

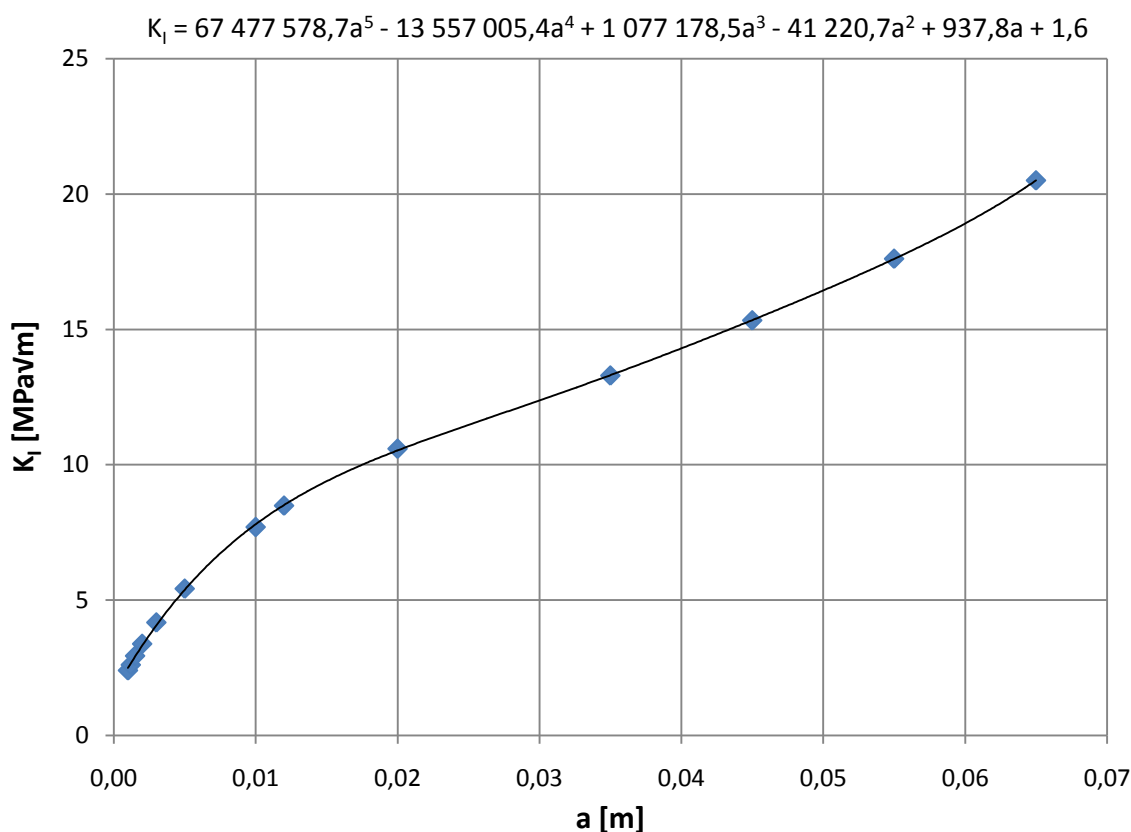
Tvar rovnice:

$$K_I = 2,8947r + 2,4077 \quad (6.10)$$

To znamená, že když za r dosadíme 0, získáme hodnotu součinitele intenzity napětí:

$$K_I = 2,4 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

Tento postup byl celkem opakován pro 13 různých délek trhliny a od $a = 1\text{mm}$ do $a = 65\text{mm}$. Zjištěné hodnoty K_I pro jednotlivé délky trhliny ukazuje obr. 6.28. Tato data lze proložit např. polynomem 5. stupně a získat tak rovnici pro součinitel intenzity napětí K_I .



obr. 6.28 - průběh K_I v závislosti na délce trhliny a (pro $\sigma = 66$ MPa)

Tvar funkce pro součinitel intenzity napětí K_I ve formě polynomu má tvar:

$$K_I = 67\,477\,579a^5 - 13\,557\,005a^4 + 1\,077\,179a^3 - 41\,221a^2 + 938a + 1,6 \quad (6.11)$$

Taktéž platí rovnice 5.8: $K_I = \sigma\sqrt{\pi a} Y_I$

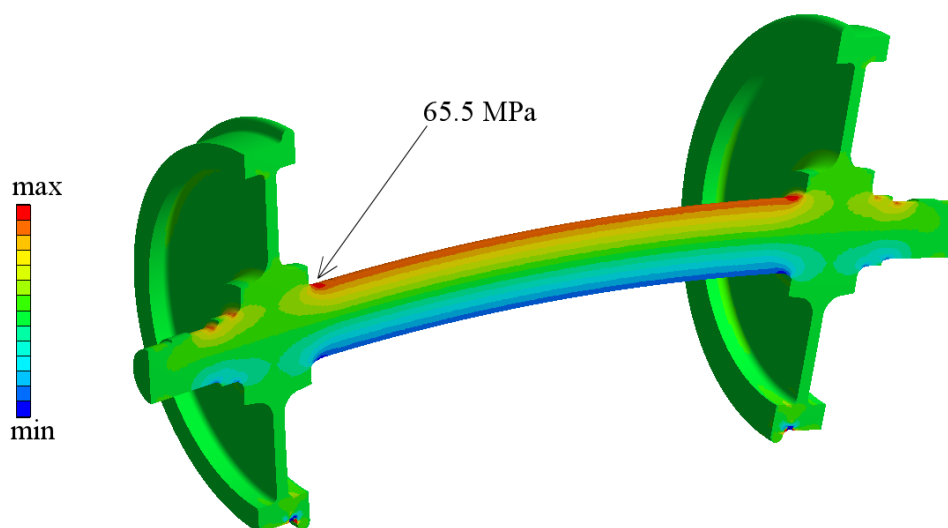
Sloučením těchto rovnic a úpravou lze obdržet vztah pro tvarovou funkci Y_I :

$$Y_I = \frac{67\,477\,579a^5 - 13\,557\,005a^4 + 1\,077\,179a^3 - 41\,221a^2 + 938a + 1,6}{\sigma\sqrt{\pi a}} \quad (6.12)$$

V rovnici 6.12 se vyskytuje napětí σ , které je nutno vypočítat. Výpočet lze provést buď numericky, nebo analyticky.

1. numericky

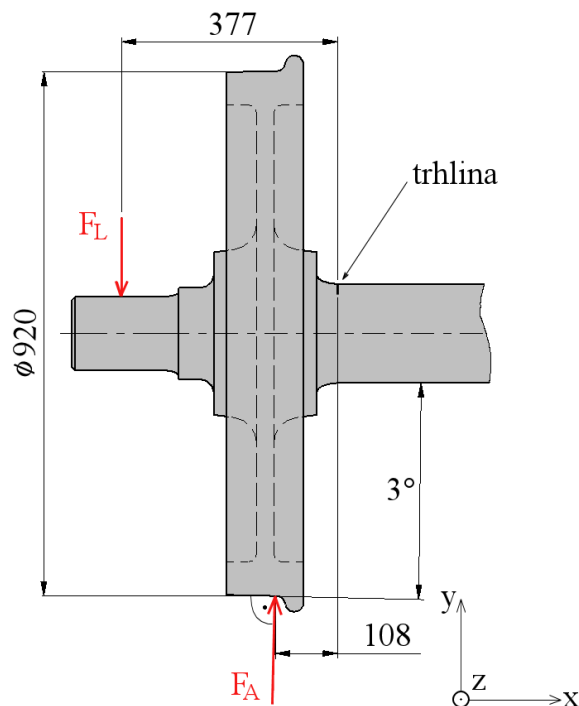
Hodnotu σ lze získat z již řešeného případu staticky zatíženého dvojkolí bez trhliny (obr. 6.15 a 6.16). Síla od ložiska $F_L = 100\,000$ N, okrajové podmínky shodné s obr. 6.15. Vykreslení normálového napětí (napětí kolmé na líce očekávané trhliny) v programu ANSYS, je vidět na obr. 6.29, kde v kritickém místě je maximální ohybové napětí $\sigma_{o,max}^{MKP} = 65,5$ MPa.



obr. 6.29 – normálové napětí ve směru osy nápravy (dvojkolí bez trhliny)

2. analyticky (kontrolní výpočet)

K analytickému řešení je nutno nakreslit řez železničního dvojkolí (obr. 6.30) a napsat rovnice rovnováhy. Dále je nutno zjistit reakční síly F_{Ax} a F_{Ay} k numerickému vyjádření ohybového momentu M_{Oz} .



obr. 6.30 – část železničního dvojkolí

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} - F_L = 0 \rightarrow F_{Ay} = F_L = 100\,000 \text{ N}$$

$$\tan 3^\circ = \frac{F_{Ax}}{F_{Ay}} \quad \rightarrow F_{Ax} = F_{Ay} \cdot \tan 3^\circ = 100\,000 \cdot 0,0524 = 5\,241 \text{ N}$$

Ohybový moment v místě trhliny M_{oz} :

$$M_{oz} = F_L \cdot 377 + F_{AX} \cdot \frac{920}{2} - F_{AY} \cdot 108$$

$$M_{oz} = 100\,000 \cdot 377 + 5241 \cdot 460 - 100\,000 \cdot 108 = 29\,310\,860 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

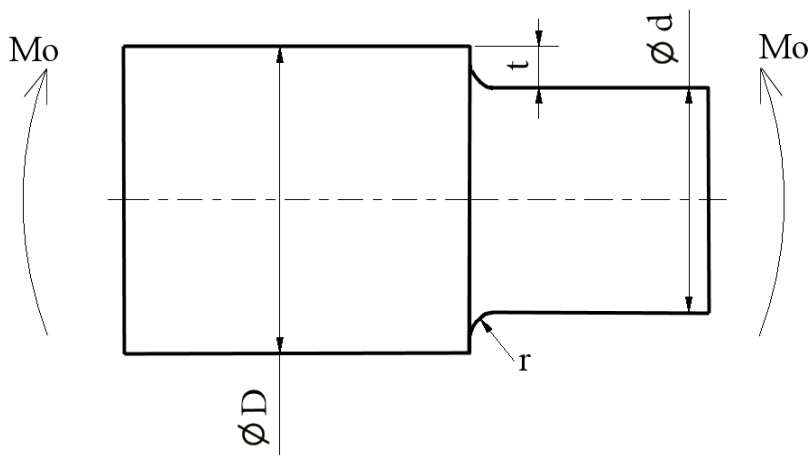
Průřezový modul v ohybu W_o :

$$W_o = \frac{\pi D^3}{32} = \frac{\pi 173^3}{32} = 508\,321 \text{ mm}^3$$

Nominální napětí v ohybu $\sigma_{o,n}$:

$$\sigma_{o,n} = \frac{M_{oz}}{W_o} = \frac{29\,310\,860}{508\,321} = 57,66 \text{ MPa}$$

Součinitel koncentrace napětí α lze pro případ ohýbané osazené hřídele (viz obr. 6.31) určit z grafu např. v literatuře [21] nebo z rovnice 6.13 převzaté z [6].



obr. 6.31 – osazená hřídel namáhaná ohybem

$$\alpha = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,62 \frac{r}{t} + 11,6 \frac{r}{d} \left(1 + 2 \frac{r}{d}\right)^2 + 0,2 \left(\frac{r}{t}\right)^3 \frac{d}{D}}} \quad (6.13)$$

V případě daného dvojkolí platí:

$$D = 200 \text{ mm}, d = 173 \text{ mm}, r = 75 \text{ mm}, t = (200 - 173)/2 = 13,5 \text{ mm}$$

$$\alpha = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,62 \frac{75}{13,5} + 11,6 \frac{75}{173} \left(1 + 2 \frac{75}{173}\right)^2 + 0,2 \left(\frac{75}{13,5}\right)^3 \frac{173}{200}}} = 1,14$$

Maximální napětí v krajním vlákně nápravy σ :

$$\sigma_{o,max}^{analyt.} = \sigma_{o,n} \alpha = 57,66 \cdot 1,14 = 65,7 \text{ MPa}$$

Shrnutí:

Pomocí numerického řešení vychází maximální ohybové napětí v krajním vlákně $\sigma_{o,max}^{MKP} = 65,5 \text{ MPa}$, pro analytické řešení vychází maximální ohybové napětí v krajním vlákně $\sigma_{o,max}^{analyt.} = 65,7 \text{ MPa}$. Tato napětí jsou prakticky stejná a v dalších výpočtech bude uvažováno napětí $\sigma_{o,max} = 66 \text{ MPa}$.

Nyní lze rovnici 6.12 přepsat do tvaru:

$$Y_I = \frac{1}{66\sqrt{\pi}}(67477579a^{4,5} - 13557005a^{3,5} + 1077179a^{2,5} - 41221a^{1,5} + 938a^{0,5} + 1,6a^{-0,5})$$

6.5. STANOVENÍ ZATÍŽENÍ V KRITICKÉM MÍSTĚ

V tab. 6.1 jsou znázorněna naměřená data z obdobného dvojkolí. Jelikož není možno si obstarat vlastní data, musíme vycházet právě z těchto dat. Modus hodnot z tab. 6.1 je hodnota ohybového napětí 120 MPa. Tato hodnota by měla odpovídat právě statickému zatížení a další většinou vyšší hodnoty odpovídají stavům při samotné jízdě (přídavné dynamické zatížení). Jelikož bylo v předchozí části této práce určeno ohybové napětí ve statickém stavu $\sigma = 66 \text{ MPa}$ na dané nápravě dvojkolí, bude tab. 6.1 násobena konstantou poměru těchto napětí $k = 66/120$.

Přenásobené hodnoty z tab. 6.1 konstantou $k = 66/120$ ukazuje tab. 6.4 s těmito hodnotami bude dále počítáno:

napětí [MPa]	četnost	napětí [MPa]	četnost
189,8	1	115,5	1600
185,6	2	111,4	3200
181,5	3	107,2	3200
177,4	4	103,1	3200
173,3	5	99,0	3200
169,1	6	94,9	6400
165,0	24	90,8	6400
160,9	48	86,6	6400
156,7	92	82,5	6400
152,6	200	78,4	25000
148,5	400	74,2	25000
144,4	800	70,1	40000
140,2	1600	66,0	70000
136,1	1600	61,9	50000
132,0	1600	57,8	50000
127,9	1600	53,6	25000
123,8	1600	49,5	25000
119,6	1600		

tab. 6.4 – spektrum zatížení dvojkolí v kritickém místě z naměřeného záznamu

6.6. MATERIÁLOVÉ CHARAKTERISTIKY ŽELEZNIČNÍHO DVOJKOLÍ

Výrobci součástí pro železnici se sdružují v organizaci s názvem INTERNATIONAL UNION OF RAILWAYS (UIC). UIC vydává standardy pro různé součásti železnice a železniční vozidla. Tyto standardy jsou často adoptovány do národních standardů, třeba i ČSN apod. Materiál na výrobu nápravy dvojkolí musí splňovat vlastnosti, které UIC předepisuje. Nejedná se tedy o jeden určitý materiál, ale o omezenou skupinu. Materiál na výrobu nápravy dvojkolí, který se bude uvažovat, je dán normou UIC 811, která předepisuje chemické složení (interval množství jednotlivých chemických prvků) a mechanické vlastnosti materiálu nápravy. V literatuře [19] je uvedeno, že dříve se pro nápravy používaly oceli dle ČSN 11 456, 11 508, 11 558 o průměrném množství uhlíku 0,22 – 0,4 %. Poté se přešlo na „nápravovou“ ocel 12 032 s mezí pevnosti 500-650 MPa, která odpovídá standardu UIC 811.

Jelikož není materiál konkrétně stanovený, bude v této práci předpokládán materiál s charakteristikami:

$$\text{mez pevnosti} \quad R_m = 500 \text{ MPa}$$

$$\text{mez kluzu} \quad R_e = 300 \text{ MPa}$$

Únavové charakteristiky materiálu je velmi obtížné obstarat, neboť nepatří mezi charakteristiky, které běžně udává výrobce ocelí. Pokud je potřeba tyto charakteristiky znát, je nutné provést měření únavových charakteristik ve specializované laboratoři. Následně bývá pravidlem, že zákazník, co si za měření zaplatí, nechce tato data zveřejnit. Není totiž v jeho zájmu zveřejňovat data, za která si zaplatil, a poskytovat je zadarmo své konkurenci. Ačkoli na AV ČR jsou data k dispozici, tak ze zmíněného know-how bude v této práci počítáno s poněkud odlišnými hodnotami, které však nebudou od reality mnoho vzdáleny.

$$\text{prahová hodnota součinitele intenzity napětí} \quad K_{th} = 5 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

$$\text{kritická hodnota součinitele intenzity napětí} \quad K_{IC} = 60 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

$$\text{konstanta A, Paris-Erdogan (rovnice 5.16)} \quad A = 5 \cdot 10^{-13}$$

$$\text{konstanta } \alpha, \text{ Paris-Erdogan (rovnice 5.16)} \quad \alpha = 4$$

Poznámka: Dosazením těchto veličin v daných jednotkách vyjde rychlost růstu trhliny v jednotkách [m/cyklus].

Shrnutí:

V podkapitole 5.6 této práce byly zmíněny faktory ovlivňující růst trhliny. Jedním z důležitých faktorů, o kterém zatím nebyla zmínka, je teplota. Teplota mění téměř všechny materiálové charakteristiky, avšak právě z důvodu vysokých finančních nákladů na měření těchto charakteristik není možno zahrnout vliv teploty do výpočtu odhadu zbytkové životnosti. Bude předpokládáno, že zejména teplota tranzitního chování dané oceli bude nižší než provozní teploty dvojkolí v průběhu provozu (tento předpoklad je akceptovatelný, neboť u materiálu daného standardu nejsou známy problémy při provozu dvojkolí z důvodu nízkých teplot).

Další předpoklady:

- pouze mód I zatěžování
- zanedbání vlivu frekvence zatěžování
- neexistence zbytkových napětí (dvojkolí bývá žiháno)
- předpokládaný tvar trhliny, viz podkapitola 6.4
- materiál homogenní, izotropní, lineárně elastický
- neinvazivní prostředí provozu (bez radiace, kyselosti, vlhkosti apod., náprava ošetřena nátěrem)
- předpoklad počáteční délky trhliny $a_0 = 1 \text{ mm}$

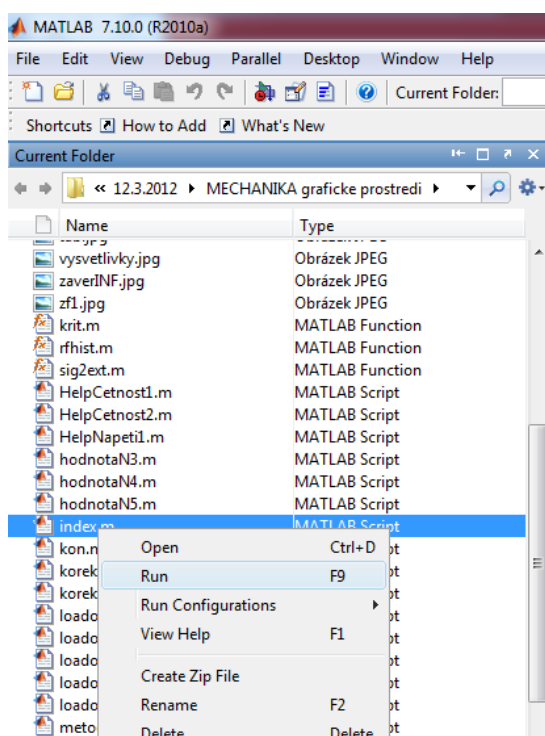
7. NAPROGRAMOVANÉ PROSTŘEDÍ V MATLABU

Pro stanovení zbytkové životnosti je vhodné u takto rozsáhlé úlohy využít výpočetní techniku, která je v dnešní době na již velmi slušné úrovni. Program Matlab je vhodný nástroj pro řešení takovéto úlohy. Veškeré analytické vztahy uvedené v první části této práce lze pomocí zdrojového kódu v programu naprogramovat. Konečnoprvkový program ANSYS pomohl určit tvarovou funkci Y_I , která je pro analytický výpočet nezbytná. V analytické části této práce pak bude dominantně využito programu Matlab.

Velkou část této diplomové práce tvoří naprogramované prostředí v programu Matlab. Dalo by se říct, že tento skript nazvaný „Mechanika“ běžící v prostředí Matlab je obecně využitelný pro jakékoliv těleso s trhlinou, pokud je známa jeho tvarová funkce Y_I . Jelikož tento skript Mechanika vznikl výhradně pro potřeby diplomové práce, lze v něm aplikovat pouze jeden mód zatěžování trhliny. Ve skriptu Mechanika je naprogramováno pět odlišujících metod pro výpočet zbytkové životnosti beroucí v potaz různé aspekty zatěžování. Do skriptu Mechanika je možno vkládat vstupy pomocí textových souborů, přímo prostřednictvím tabulky nebo vytvořením proměnné v Matlabu.

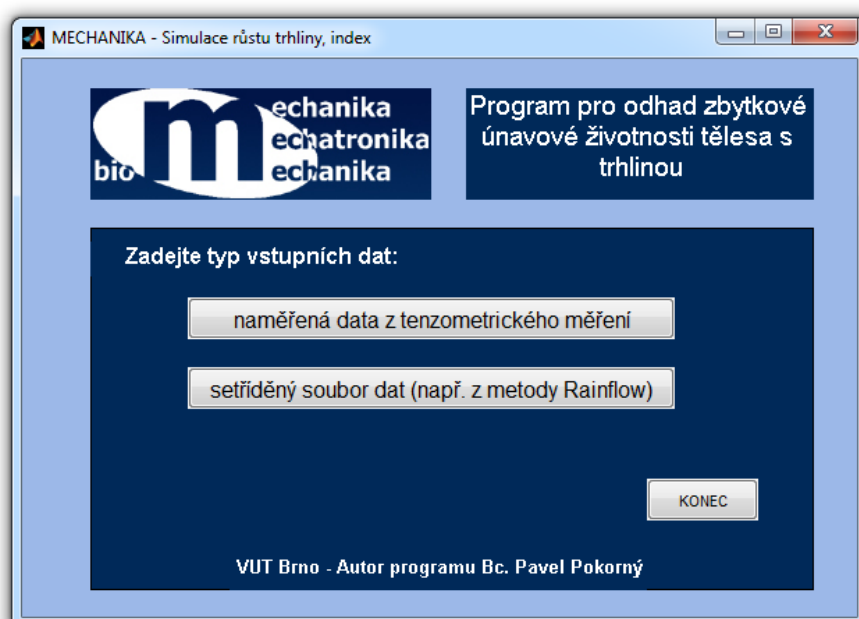
7.1. SKRIPT MECHANIKA – ODHAD ZBYTKOVÉ ŽIVOTNOSTI ŽELEZNIČNÍHO DVOJKOLÍ

V otevřeném programu Matlab lze spustit ze složky „*MECHANIKA graficke prostredi*“ skript Mechanika pomocí příkazu „*run*“ souboru „*index.m*“, viz obr. 7.1.



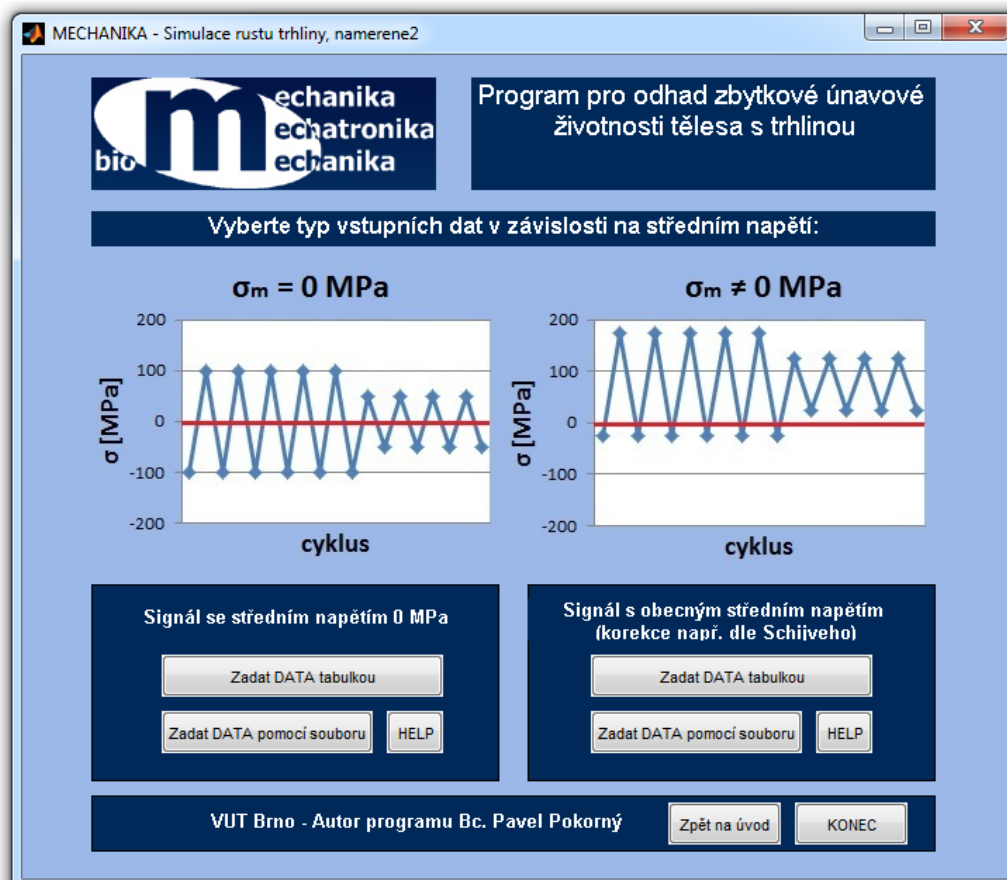
obr. 7.1 – spuštění skriptu Mechanika

Po spuštění se objeví úvodní okno zobrazené na obr. 7.2.



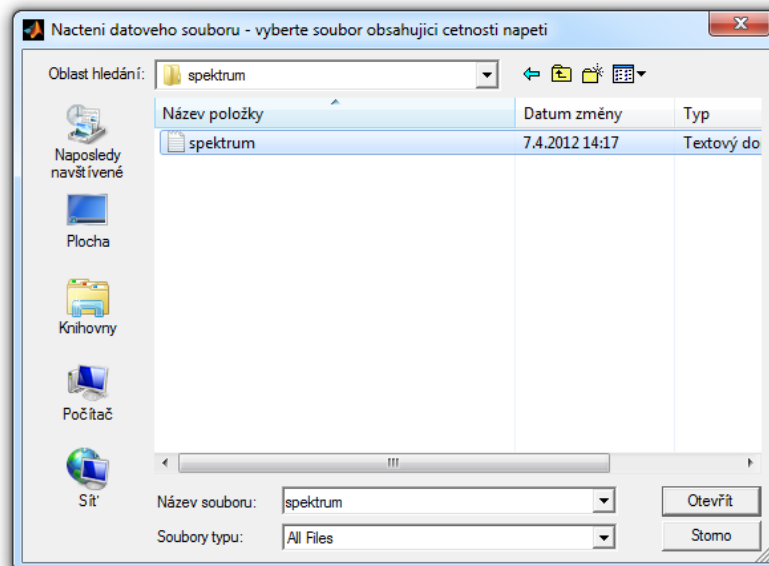
obr. 7.2 – úvodní okno po spuštění programu Mechanika

Jelikož dostupná data jsou již rozříděna (je ztracena informace pořadí cyklů), tak následně klikneme na tlačítko „setříděný soubor dat (např. z metody Rainflow)“



obr. 7.3 – okno pro setříděný soubor dat (např. z metody Rainflow)

Následně se otevírá okno „*namerene2*“, kde je na výběr ze dvou základních typů vstupů v závislosti na středním napětí. Jelikož je náprava železničního dvojkolí namáhána na střídavý ohyb, je střední napětí rovno nule. Z tohoto důvodu klikneme na tlačítko na levé polovině okna „*Zadat DATA pomoci souboru*“.



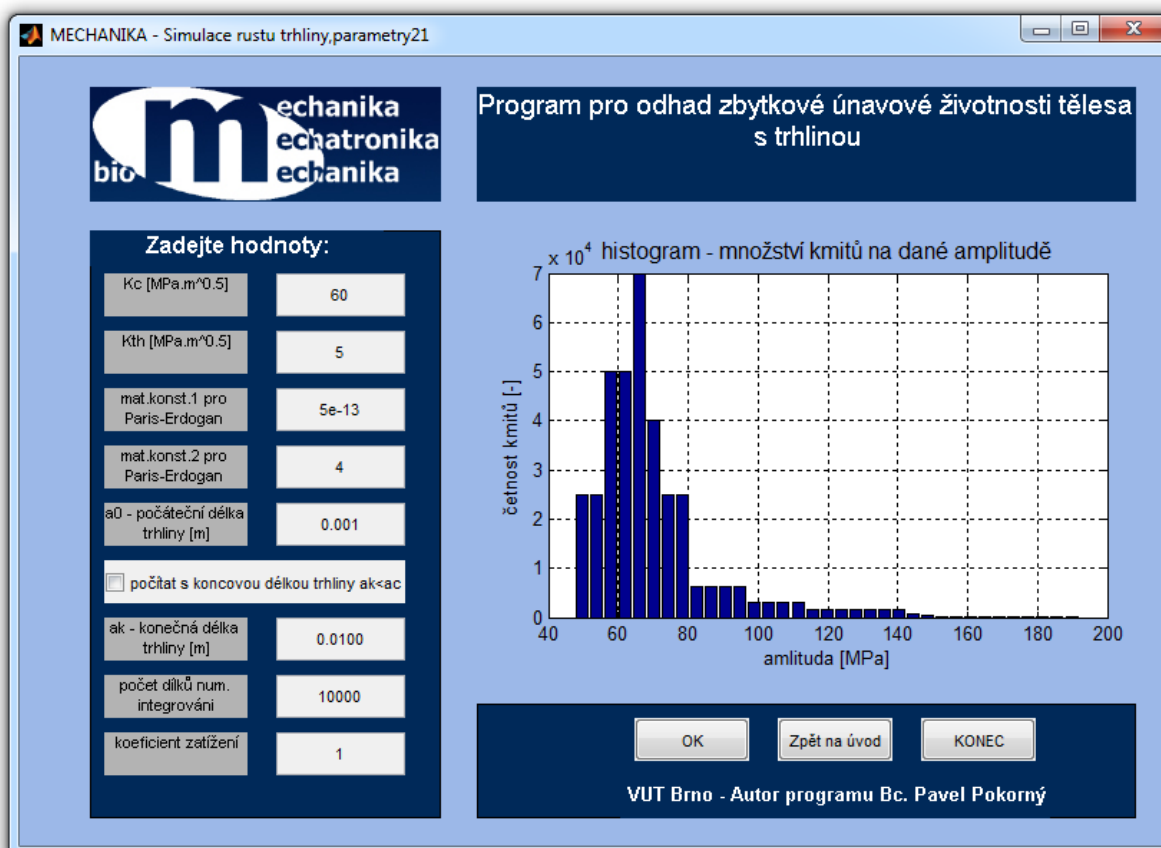
obr. 7.4 – program *Mechanika* dotazující umístění datového souboru

Souboru musí být textový dokument nejlépe ve formátu ASCII (lze vytvořit např. v aplikaci: Poznámkový blok, Word, Wordpad, PSPad apod.). Tvar textového souboru ukazuje obr. 7.5. V prvním sloupci se nachází orientační hodnota, druhý sloupec obsahuje amplitudu napětí a třetí sloupec obsahuje četnost jednotlivých amplitud. Jednotlivá data jsou oddělena tabulátorem a v případě necelých čísel je potřeba používat tečky, nikoliv desetinné čárky!

Soubor	Úpravy	Formát	Zobrazení	Nápověda
1	189.8	1		
2	185.6	2		
3	181.5	3		
4	177.4	4		
5	173.3	5		
6	169.1	6		
7	165	24		
8	160.9	48		
9	156.7	92		
10	152.6	200		
11	148.5	400		
12	144.4	800		
13	140.2	1600		
14	136.1	1600		
15	132	1600		
16	127.9	1600		
17	123.8	1600		
18	119.6	1600		
19	115.5	1600		
20	111.4	3200		
21	107.2	3200		
22	103.1	3200		
23	99	3200		
24	94.9	6400		
25	90.8	6400		
26	86.6	6400		
27	82.5	6400		
28	78.4	25000		
29	74.2	25000		
30	70.1	40000		
31	66	70000		
32	61.9	50000		
33	57.8	50000		
34	53.6	25000		
35	49.5	25000		

obr. 7.5 – podoba načítaného datového souboru

Po zadání příslušného textového souboru se otevře další okno s názvem „parametry21“, viz obr. 7.6. V této části uživatel vyplní tabulku požadovaných parametrů:

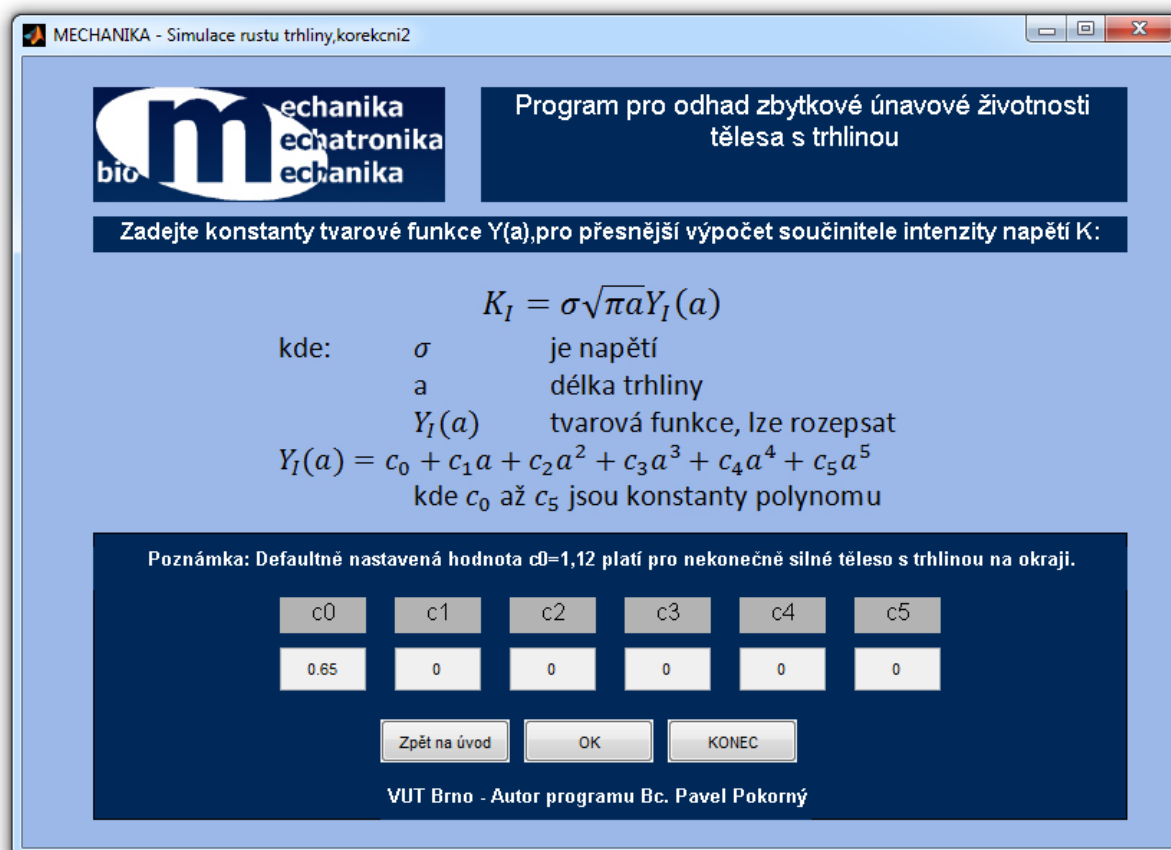


obr. 7.6 – zadávání parametrů pro výpočet

- kritická hodnota součinitele intenzity napětí $K_{IC} = 60 \text{ MPa}\sqrt{m}$
- prahová hodnota součinitele intenzity napětí $K_{th} = 5 \text{ MPa}\sqrt{m}$
- konstanta A, Paris-Erdogan (rovnice 5.16) $A = 5 \cdot 10^{-13}$
- konstanta α , Paris-Erdogan (rovnice 5.16) $\alpha = 4$
- počáteční délka trhliny (voleno uživatelem) $a_0 = 1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$
- konečná délka trhliny a_k (pokud je požadováno uživatelem - možno zvolit možnost „počítat s konečnou délkou trhliny $a_k < a_c$ “)
- dále uživatel určí počet dílků numerického integrování, větší hodnota znamená vyšší přesnost
- poslední možností je možnost zadat „koeficient zatížení“, což je hodnota, kterou může uživatel celkově korigovat zatížení. Např. když chce všechny amplitudy napětí zvýšit o 20 % tak do tohoto políčka napíše hodnotu 1.20 (musí být tečka, nikoliv desetinná čárka).

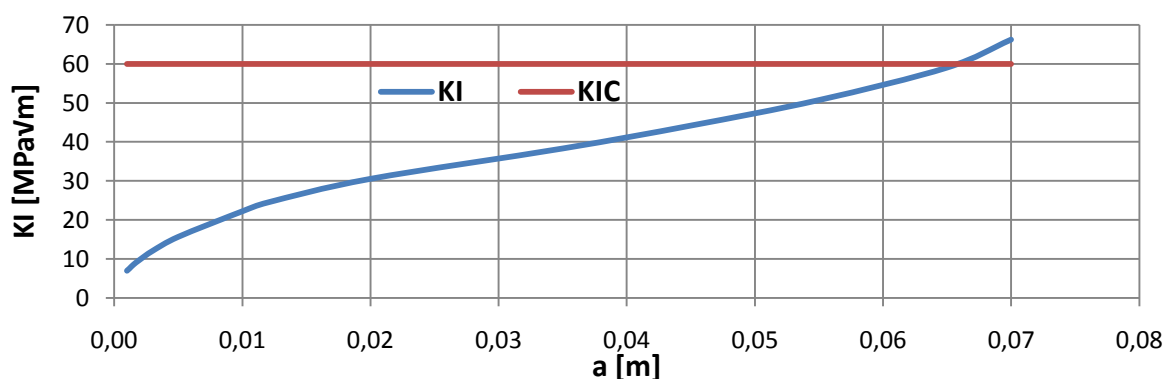
V pravé části je zobrazen histogram vložených dat, kde je vidět modus odpovídající zatížení $\sigma = 66 \text{ MPa}$. Po vepsání všech dat do jednotlivých políček uživatel pokračuje kliknutím na políčko „OK“

Následně se otevře okno „korekce2“, viz obr. 7.7.

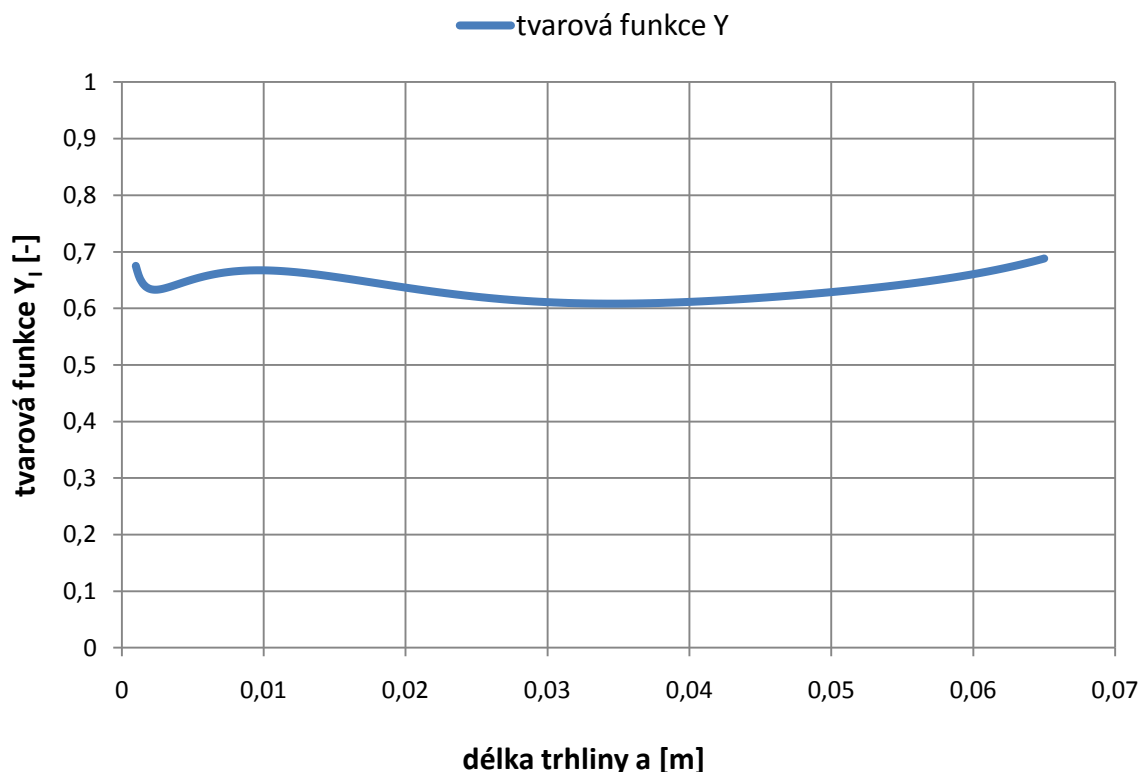


obr. 7.7 – zadávání konstant tvarové funkce

Pokud uvažujeme počáteční délku trhliny $a_0 = 1 \text{ mm}$, potom je vhodné vykreslit průběh tvarové funkce Y_I (rovnice 6.12) od délky počáteční trhliny a_0 až po kritickou délku a_c . Kritická délka trhliny a_c se určí z maximálního napětí v daném zatěžovacím spektru (v našem případě $\sigma = 190 \text{ MPa}$) a průběhu tvarové funkce, viz obr. 6.28. Hodnoty K_I odpovídají nejčtenější hodnotě $\sigma = 66 \text{ MPa}$, které je potřeba přepočítat pro napětí $\sigma = 190 \text{ MPa}$. Přepočítání se provede pouhým násobením původních hodnot K_I s poměrem těchto napětí $j = 190/66 = 2,9$. Nový průběh součinitele intenzity napětí K_I na délce trhliny a , lze vidět na obr. 7.8. Z tohoto obrázku lze odečíst, že kritické hodnotě součinitele intenzity napětí $K_{IC} = 60 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ odpovídá kritická délka trhliny $a_c \approx 0,065 \text{ m}$.

obr. 7.8 – grafické určení kritické délky a_c

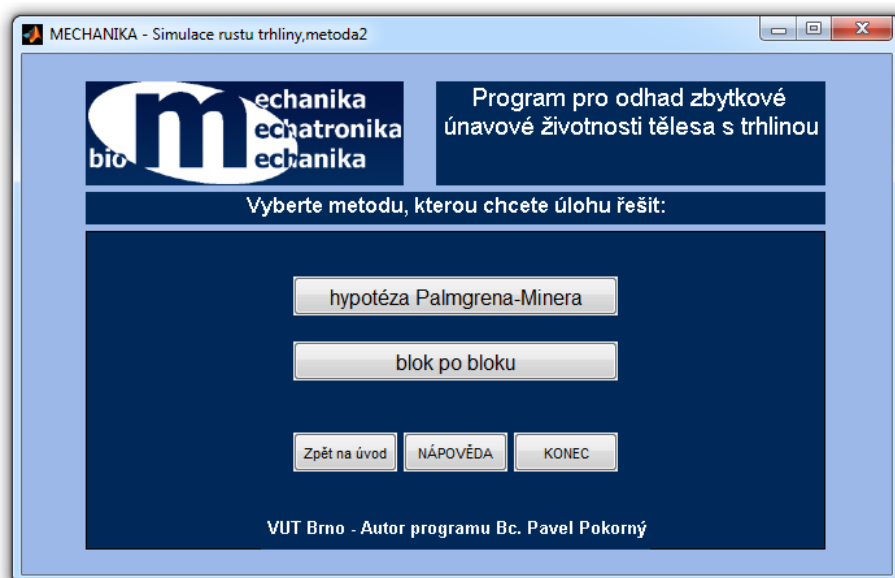
Nyní, když známe číselně interval stabilního růstu trhliny ($a_0 \div a_c$), lze vykreslit průběh tvarové funkce na tomto intervalu a proložit ho polynomem, viz obr. 7.9. Skript Mechanika umí pracovat s tvarovou funkcí vyjádřenou polynomem do stupně 5. Z číselného průběhu se uživatel rozhodne pro některý z možných polynomů, které získá proložením tvarové funkce např. v programu Excel. V případě tvarové funkce daného železničního dvojkolí se v intervalu $a_0 \div a_c$ mění hodnota tvarové funkce Y_I pouze v rozmezí cca 0,6 až 0,7. Z tohoto důvodu není výraznou chybou pokládat funkci Y_I za konstantní $Y_I = 0,65$.



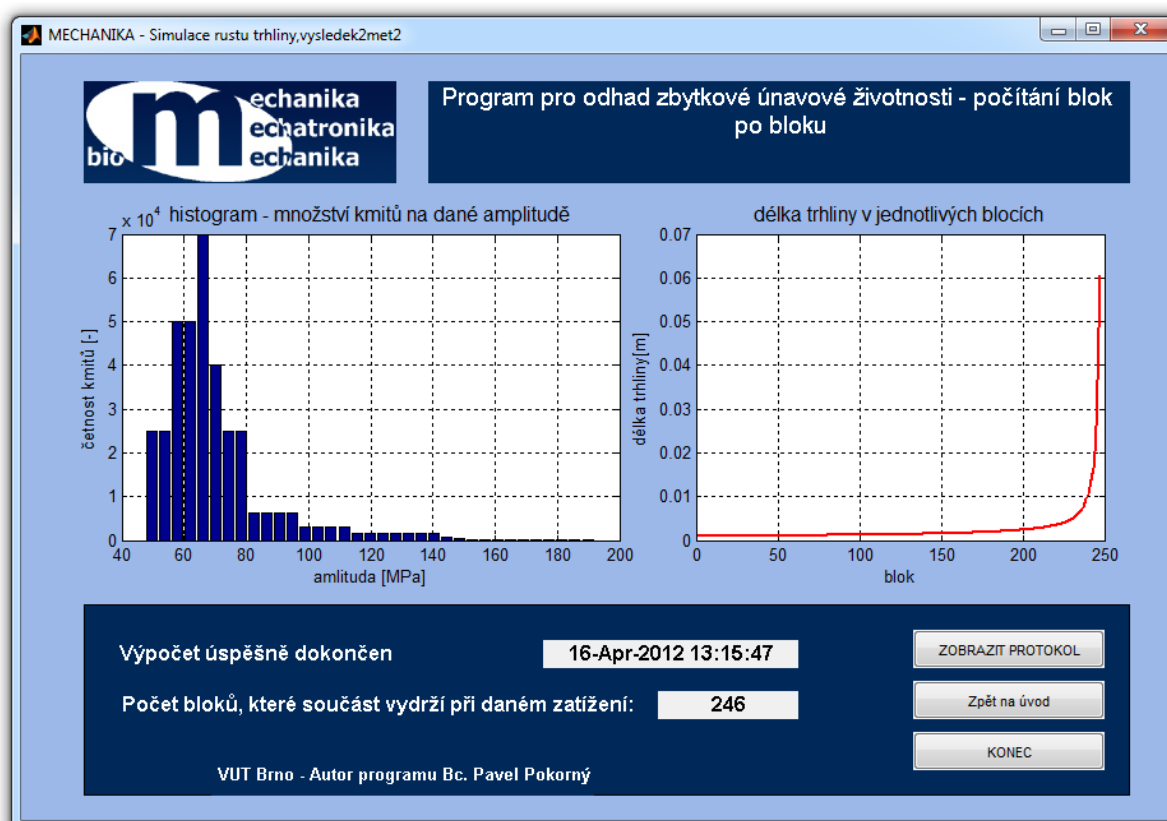
obr. 7.9 – průběh tvarové „funkce“ Y_I v závislosti na délce trhliny

V provedeném výpočtu byl tedy uvažován konstantní průběh tvarové funkce $Y_I = 0,65$. Na obr. 7.7 jsou tedy vidět zadané hodnoty $c_0 = 0,65$, c_1 až $c_5 = 0$. Po zadání konstant stiskne uživatel pro pokračování tlačítko „OK“.

Po stisknutí tlačítka „OK“ se objeví další okno „metoda2“, viz obr. 7.9. V tomto okně si uživatel vybírá metodu řešení. První metoda „hypotéza Palmgren-Minera“, viz rovnice 5.29. Nevýhodou této metody je fakt, že u počáteční délky trhliny mohou existovat napětí, která nejsou z počátku poškozující a naopak v průběhu růstu trhliny se poškozujícími mohou stát. Z tohoto pohledu je výhodnější druhá metoda „blok po bloku“, která vždy na začátku každého zátěžného bloku určí, která část zátěžného bloku je pro daný blok poškozující (na základě porovnání s prahovou hodnotou součinitele intenzity napětí K_{th}). Následně se spočítá přírůstek v jednom bloku a celý proces se opakuje, dokud trhlina nenaroste na kritickou délku a_c , nebo případně uživatelem definovanou konečnou délku a_k , kterou si mohl definovat v okně „parametry21“, viz obr. 7.6.



obr. 7.10 – výběr metody řešení



obr. 7.11 – vypsání výsledků

Na obr. 7.11 je vidět výstupní okno s výsledky „vysledek2met2“. Nejpodstatnějším údajem je počet bloků, které součást vydrží, a to sice 246 bloků. Jeden blok odpovídá cca 1000 km provozu, z tohoto důvodu trvá iniciačnímu defektu nárůst na kritickou hodnotu 246 000 km. Na obr. 7.11 je taktéž vidět histogram amplitud, které alespoň v některé fázi

růstu způsobují růst trhliny. Některé malé cykly (malé amplitudy napětí) nemusí způsobit poškození ani při délkách trhliny blízcí se kritické délce trhliny.

Na obr. 7.11 je taktéž zobrazen graf vykreslující závislost délky trhliny na i -tém bloku. Z daného grafu je vidět, že trhlina roste v první fázi relativně pomalu a okolo 230. bloku dochází k velkému nárůstu délky trhliny. Vysvětlení tohoto faktu lze určit úpravou rovnice 5.8. V této rovnici dosadíme za součinitel intenzity napětí prahovou hodnotu K_{th} , za délku trhliny počáteční délku a_0 a hodnotu tvarové funkce Y_I .

$$\sigma_{th,a_0} = \frac{K_{th}}{\sqrt{\pi a_0} Y_I} = \frac{5}{\sqrt{\pi 0,001} \cdot 0,65} = 137,2 \text{ MPa} \quad (7.1)$$

Rovnice 7.1 vyjadřuje prahové napětí při počáteční délce trhliny σ_{th,a_0} . Tato mezní hodnota dělí zatěžující spektrum do dvou částí:

- 1) poškozující cykly v daném bloku (napětí $\sigma > 137,2 \text{ MPa}$)
- 2) nepoškozující cykly v daném bloku (napětí $\sigma < 137,2 \text{ MPa}$)

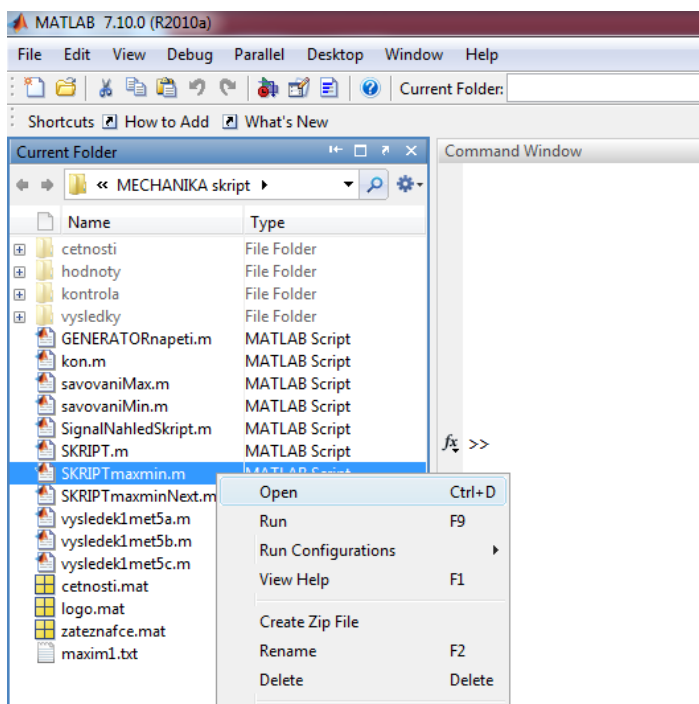
Největší četnost zatížení daného bloku leží v intervalu cca $50 \div 80 \text{ MPa}$. Tyto cykly jsou v první fázi růstu nepoškozující a stanou se poškozujícími až v době, kdy trhlina dosáhne takové délky, že výsledný součinitel intenzity napětí je větší než jeho prahová hodnota.

V okně „vysledek2met2“ (obr. 7.11) lze vypsát data stisknutím tlačítka „ZOBRAZIT PROTOKOL“. Po stisknutí tohoto tlačítka se otevře textové okno (obr. 7.12) s výsledky uspořádanými ve sloupcích. V tomto souboru lze určit délku trhliny na začátku i konci daného bloku, přírůstek délky trhliny v daném bloku a taktéž procentuální hodnotu délky trhliny vůči kritické délce.

blok	a poc	a kon	da	%ac
1	1.000000000	1.001229667	0.001229667	1.330%
2	1.001229667	1.002462362	0.001232695	1.331%
3	1.002462362	1.003698095	0.001235733	1.333%
4	1.003698095	1.004936879	0.001238783	1.335%
5	1.004936879	1.006178723	0.001241844	1.336%
6	1.006178723	1.007423639	0.001244917	1.338%
7	1.007423639	1.008671640	0.001248000	1.340%
8	1.008671640	1.009922736	0.001251096	1.341%
...				
244	20.223951883	26.032594630	5.808642747	34.577%
245	26.032594630	36.458854860	10.426260230	48.425%
246	36.458854860	60.463255017	24.004400157	80.308%
247	60.463255017	75.573103198	15.109848182	100.377%

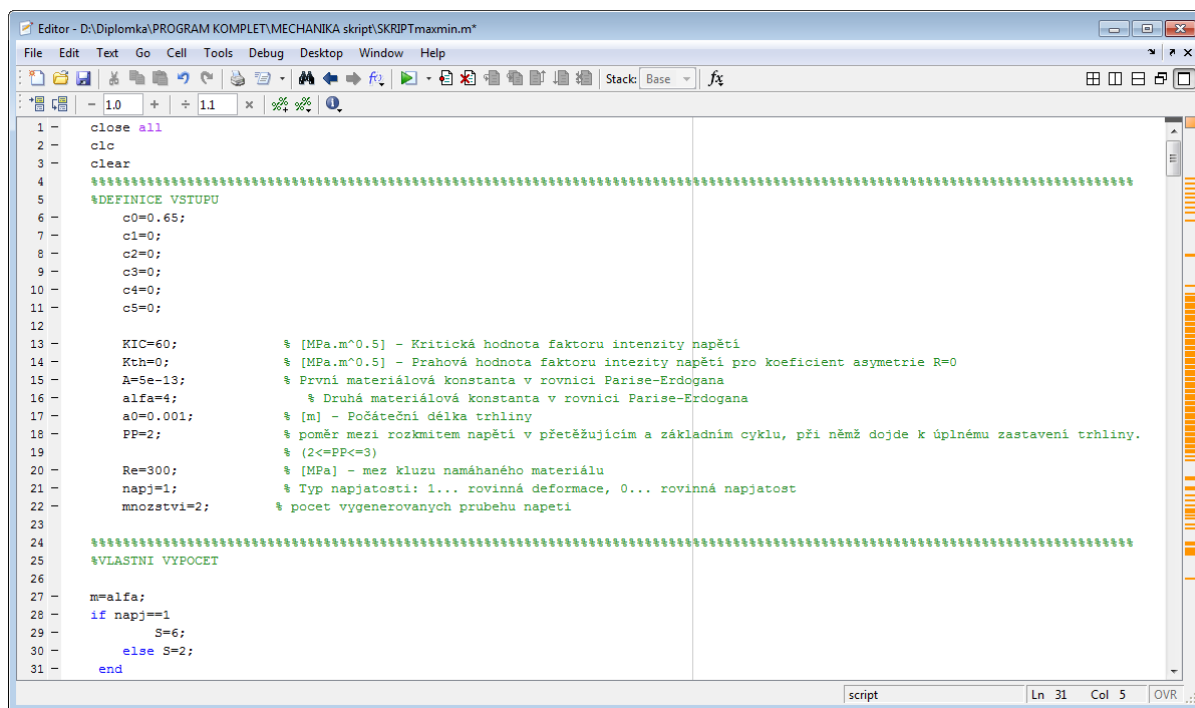
obr. 7.12 – protokol s výsledky

8. VLIV POŘADÍ CYKLŮ NA RŮST TRHLINY



Z kapitoly 5.3.2 této práce je zřejmé, že pořadí cyklů má na růst trhliny vliv. Při jednorázovém tahovém přetížení, viz obr. 5.14, vzniká v blízkosti čela trhliny plastická zóna, která zpomaluje růst trhliny. Z inženýrského hlediska by bylo dobré znát, do jaké míry se mohou výsledky metod uvažujících pořadí cyklů a metod neuvažujících pořadí cyklů vzájemně lišit. Z tohoto důvodu byl v programu Matlab vytvořen další skript, ve kterém je naprogramován Willenborgův model retardace růstu trhliny, viz kapitola 5.5.2. Tento skript s názvem „SKRIPTmaxmin.m“ se nachází ve složce „WILLENBORG skript“ a spustí se příkazem „open“, viz obr. 8.1.

obr. 8.1 – spuštění „SKRIPTmaxmin.m“



obr. 8.2 – SKRIPTmaxmin.m

Po stisknutí příkazu „open“ se otevře skript, viz obr. 8.2. Nyní místo grafického rozhraní pracuje uživatel pouze s textovým rozhráním. Pro uživatele je podstatná pouze první část, kde zadává vstupní hodnoty:

- konstanty c_0 až c_5 tvarové funkce Y_I , viz rovnice 5.15
- K_{IC} – kritická hodnota součinitele intenzity napětí v módu I
- K_{th} – prahová hodnota součinitele intenzity napětí, pro $R = 0$
- A a α – konstanty Paris-Erdoganova vztahu
- a_0 – počáteční délka trhliny
- PP – poměr mezi rozkmitem napětí v přetěžujícím a základním cyklu, při němž dojde k úplnému zastavení trhliny ($2 \leq PP \leq 3$) – materiálová charakteristika dle [22] platí:

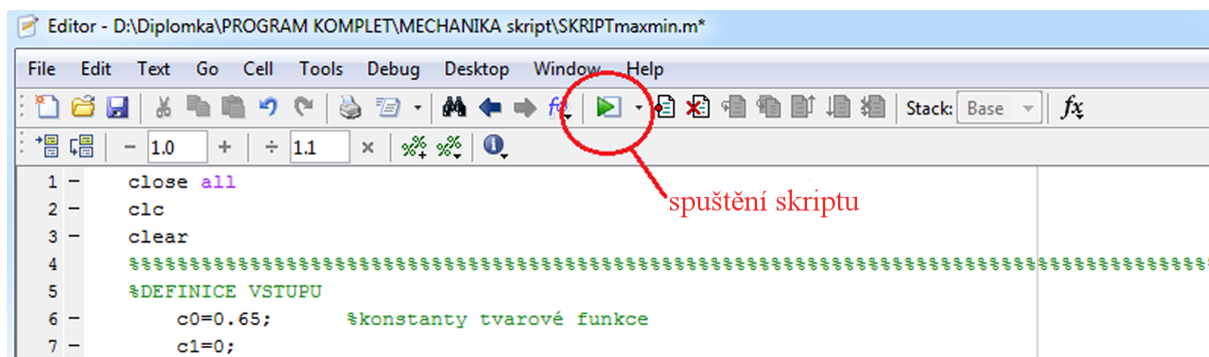
$PP = 2.0$ ocel

$PP = 2.7$ titan

$PP = 3.0$ hliník

- R_e – mez kluzu
- $napj$ – druh napjatosti, 1- rovinná deformace, 0 – rovinná napjatost
- $mnozstvi$ – počet generovaných průběhů napětí

Po zadání hodnot se skript spustí kliknutím na „Debug“ a „run SKRIPTmaxmin.m“ nebo kliknutím na ikonku „run“, viz obr. 8.3.



obr. 8.3 – spuštění skriptu

Poznámka:

Součástí tohoto skriptu je i naprogramovaný generátor, který generuje požadované amplitudy napětí s danou četností v náhodném pořadí. Program Matlab má pouze generátor pseudonáhodných čísel. To by znamenalo, že kdybychom použili generátor na více počítačích, získali bychom stejně vygenerovaná data, což není žádoucí. Po spuštění se skript dotáže na cestu k textovému souboru, ve kterém jsou uložena vstupní data rozkmitů napětí a jejich četností. Struktura datového souboru je shodná se strukturou vstupů z obr. 7.5. Tento skript je naprogramován pro konkrétní případ dvojkolí, kde je k dispozici 35 tříd napětí, z tohoto důvodu je potřeba zadat vždy 35 různých rozkmitů napětí, avšak některá mohou mít četnost rovnu nule.

Nyní budou uvedeny na ukázkou příklady, kde bude ukázán vliv pořadí cyklů na konečnou délku trhliny. Vstupní hodnoty zůstávají shodné z obr. 8.2.

Příklad 1:

- a) Pro inženýrský náhled bude uveden případ míjivého zatížení se 2 různými rozkmity napětí. Velikost těchto rozkmitů napětí bere inspiraci ze zatížení daného železničního dvojkolí, kde modus hodnot napětí je 66 MPa a maximální hodnota 189,8 MPa.

Uvažujme tedy:

$\Delta\sigma_1 = 189,8 \text{ MPa}$ s četností 2 cyklů – přetěžující cyklus

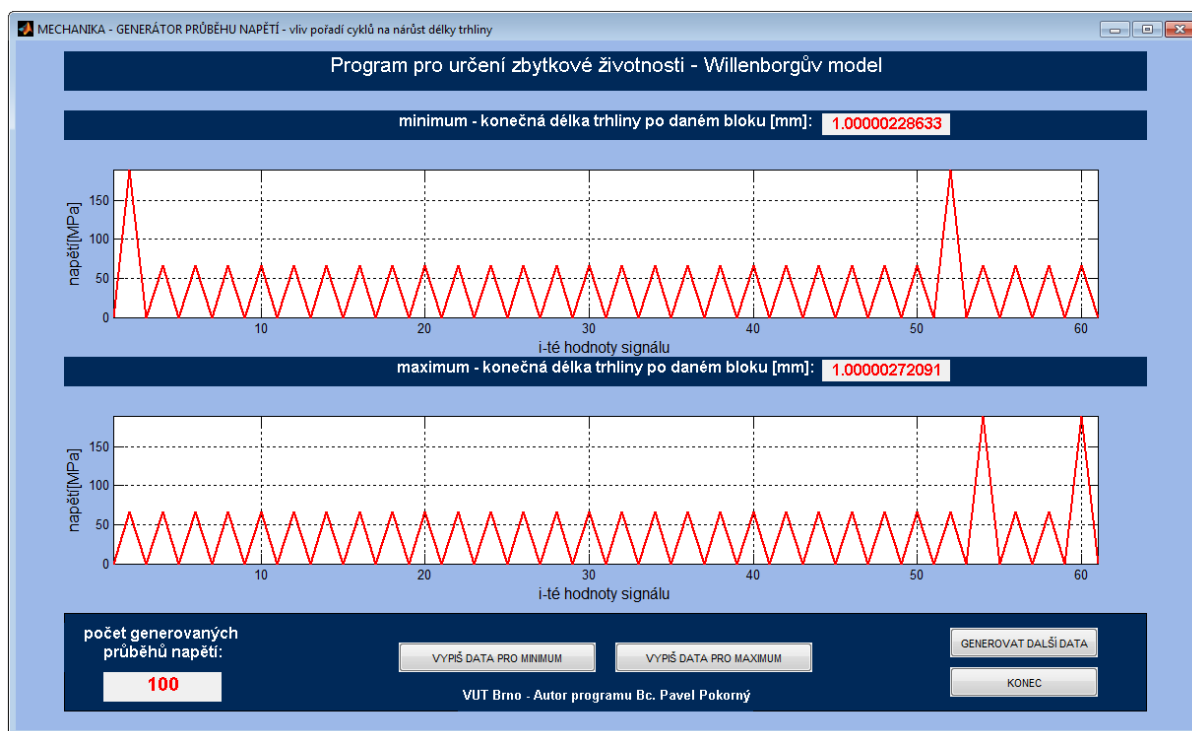
$\Delta\sigma_2 = 66 \text{ MPa}$ s četností 28 cyklů – základní cyklus

Tyto hodnoty se zadají formou vstupního textového souboru se strukturou, jaká je vidět na obr. 8.4. Jednotlivá data jsou opět oddělena tabulátorem a v případě necelých čísel se musí používat desetinné tečky, nikoliv čárky!

	Úpravy	Formát	Zobrazení
1	189.8	2	
2	185.6	0	
3	181.5	0	
4	177.4	0	
5	173.3	0	
6	169.1	0	
7	165.0	0	
8	160.9	0	
9	156.7	0	
10	152.6	0	
11	148.5	0	
12	144.4	0	
13	140.2	0	
14	136.1	0	
15	132.0	0	
16	127.9	0	
17	123.8	0	
18	119.6	0	
19	115.5	0	
20	111.4	0	
21	107.2	0	
22	103.1	0	
23	99.0	0	
24	94.9	0	
25	90.8	0	
26	86.6	0	
27	82.5	0	
28	78.4	0	
29	74.2	0	
30	70.1	0	
31	66.0	28	
32	61.9	0	
33	57.8	0	
34	53.6	0	
35	49.5	0	

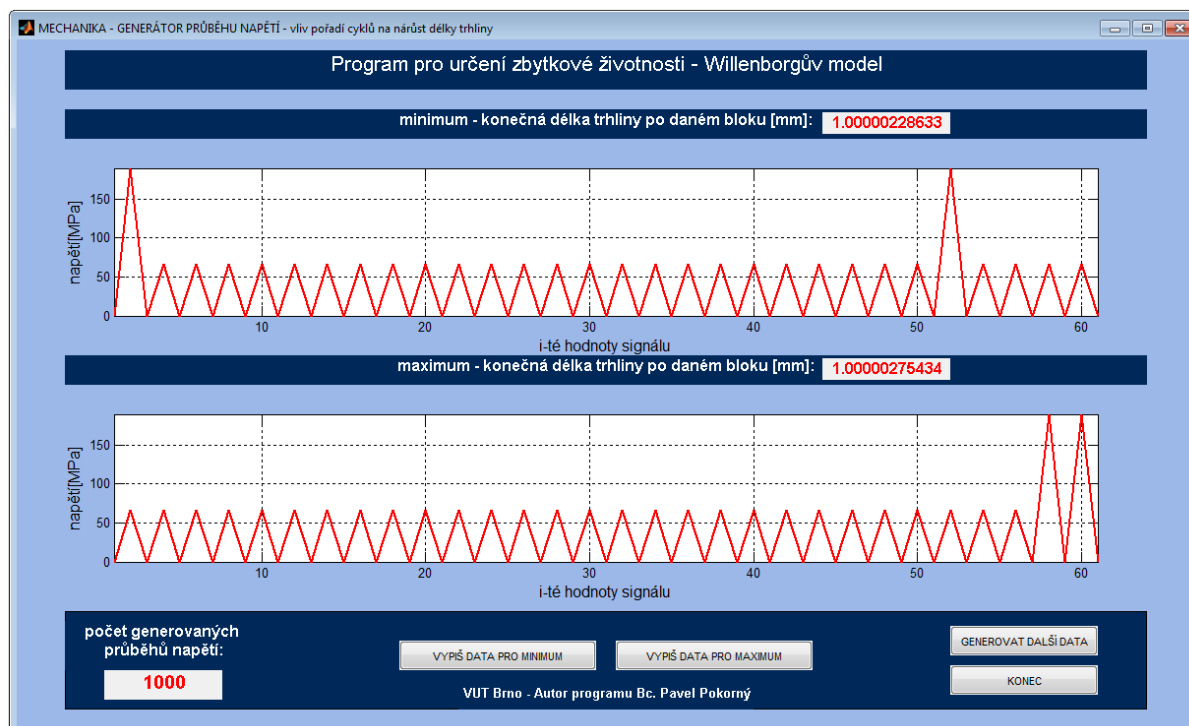
obr. 8.4 – struktura vstupního souboru

Po zadání tohoto textového souboru začne skript generovat předem nastavený počet průběhů napětí ze vstupních hodnot v náhodném pořadí. Pomocí Willenborgova modelu se u každého vygenerovaného průběhu vypočítá přírůstek délky trhliny. Po výpočtu skript vykreslí průběhy napětí, které způsobí minimální a maximální nárůst délky trhliny – obr. 8.5. Tyto průběhy napětí si může uživatel zobrazit a uložit kliknutím na tlačítko „VYPIŠ DATA PRO MINIMUM“ resp. „VYPIŠ DATA PRO MAXIMUM“.



obr. 8.5 – vliv pořadí cyklů na nárůst délky trhliny – 100 vygenerovaných průběhů napětí

Stisknutím tlačítka „*GENEROVAT DALŠÍ DATA*“ může uživatel vytvořit další průběhy napětí a po dokončení výpočtu se rozhodnout, zda již je patrný trend mající vliv na „pomalý“ či „rychlý“ růst trhliny.



obr. 8.6 – vliv pořadí cyklů na nárůst délky trhliny – 1000 vygenerovaných průběhů napětí

$\Delta\sigma_1 = 189,8 \text{ MPa}$ s četností 2 cyklů – přetěžující cyklus

$\Delta\sigma_2 = 66 \text{ MPa}$ s četností 28 cyklů – základní cyklus

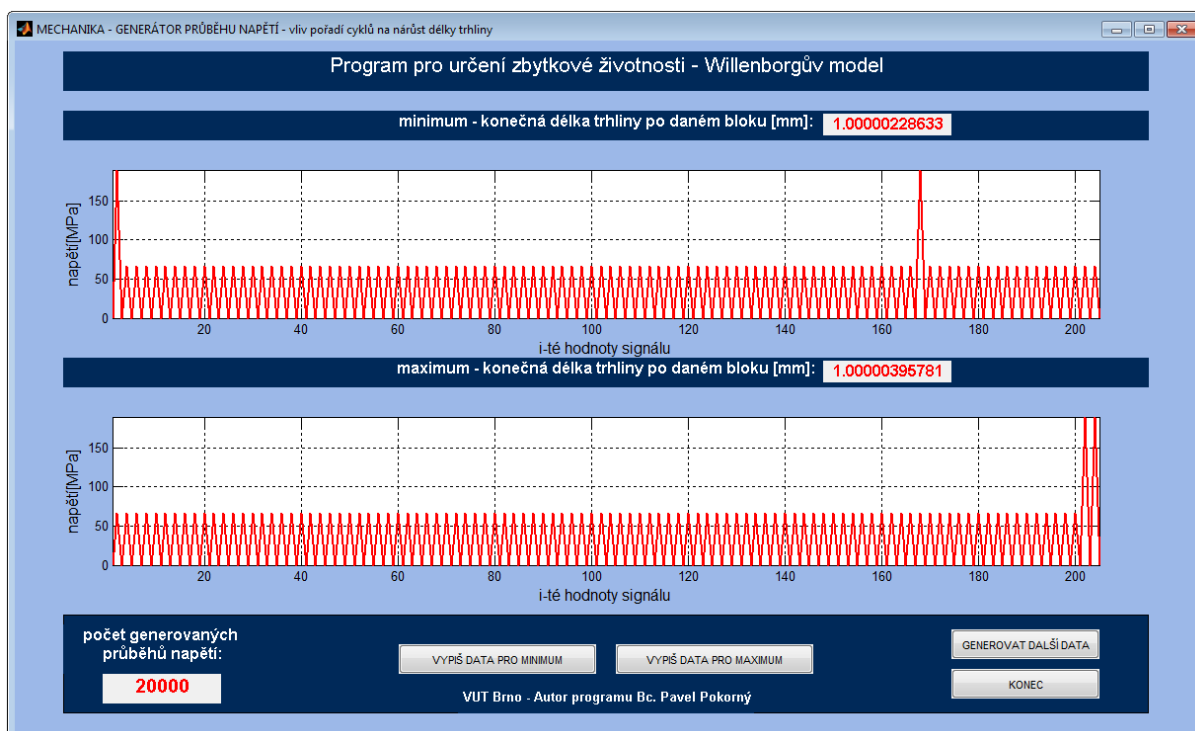
Odečtením hodnot z obr. 8.5 lze vyčíst:

nejmenší přírůstek $\Delta a_{min} = 0,002\,286 \text{ }\mu\text{m}$

největší přírůstek $\Delta a_{max} = 0,002\,754 \text{ }\mu\text{m}$

rozdíl Δa_{min} a Δa_{max} je **20 %**.

b) Uvažujme stejné zadání jako a) s rozdílem, že četnost základního napětí $\Delta\sigma_2 = 66 \text{ MPa}$ bude 100 kmitů:



obr. 8.8 – vliv pořadí cyklů na nárůst délky trhliny

Odečtením hodnot z obr. 8.8 lze vyčíst, že ze všech vygenerovaných průběhů byl:

nejmenší přírůstek $\Delta a_{min} = 0,002\,286 \text{ }\mu\text{m}$

největší přírůstek $\Delta a_{max} = 0,003\,958 \text{ }\mu\text{m}$

Rozdíl Δa_{min} a Δa_{max} je **73 %**.

c) Analogie případu a) s rozdílem, že četnost základního napětí $\Delta\sigma_2 = 66 \text{ MPa}$ bude 1000 kmitů:

Již pouze výsledek:

nejmenší přírůstek $\Delta a_{min} = 0,002\,286 \text{ }\mu\text{m}$

největší přírůstek $\Delta a_{max} = 0,018\,968 \text{ }\mu\text{m}$

rozdíl Δa_{min} a Δa_{max} je **730 %**.

Shrnutí příkladu 1:

Uvedené výsledky ukazují, že vliv pořadí cyklů může být v určitých případech významný. Ve Willenborgově modelu (rovnici 5.36) vystupuje parametr PP definovaný jako „poměr mezi rozkmitem napětí v přetěžujícím a základním cyklu, při němž dojde k úplnému zastavení trhliny ($2 \leq PP \leq 3$) – materiálová charakteristika“. Pro ocel dle [22] platí $PP = 2$. V předešlém příkladu byla uvažována napětí v základním cyklu o hodnotě 66 MPa a v přetěžujícím cyklu o hodnotě 189,8 MPa. Poměr těchto napětí je vyšší než 2, a proto se trhlina po přetěžujícím cyklu vždy zastaví, viz shodná hodnota $\Delta a_{min} = 0,002\,286\,\mu\text{m}$ u všech tří příkladů. Z tohoto důvodu s přibývajícím četností základních cyklů roste rapidně rozdíl mezi vygenerovanými průběhy způsobujícími minimální a maximální nárůst délky trhliny.

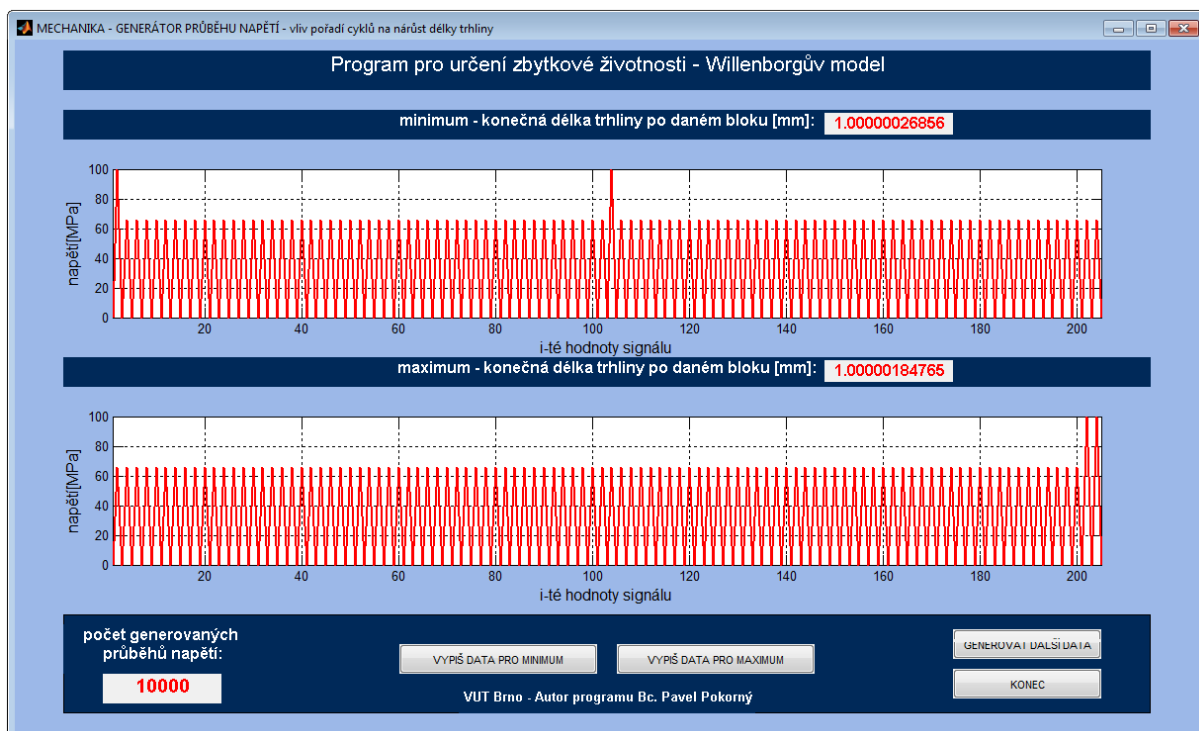
Zkusme nyní snížit hodnotu přetěžujícího cyklu, aby poměr mezi přetěžujícím a základním byl menší jak parametr $PP = 2$.

Příklad 2:

Uvažujme podmínky stejné jako v přechozích třech příkladech s rozdílem, že přetěžující cyklus bude mít hodnotu rozkmitu napětí 100 MPa. Postupně bude měněna četnost základních kmitů a bude pozorován rozdíl mezi vygenerovaným průběhem napětí způsobujícím nejpomalejší růst trhliny a vygenerovaným průběhem napětí způsobujícím nejrychlejší růst trhliny.

$\Delta\sigma_1 = 100\text{ MPa}$ s četností 2 cyklů – přetěžující cyklus

$\Delta\sigma_2 = 66\text{ MPa}$ s četností „ n “ cyklů, viz tab. 8.1 – základní cyklus



obr. 8.9 – vliv pořadí cyklů na nárůst délky trhliny

Pro první výpočet, kde $n = 100$ základních cyklů je výsledek na obr. 8.9.

nejmenší přírůstek $\Delta a_{min} = 0,000\,269\ \mu\text{m}$

největší přírůstek $\Delta a_{max} = 0,001\,848\ \mu\text{m}$

rozdíl Δa_{min} a Δa_{max} je **587 %**.

Nyní za n dosadíme postupně hodnoty 1 000, 10 000 a data zobrazíme do tab. 8.1.

n - počet základních cyklů	Δa_{min} [μm]	Δa_{max} [μm]	rozdíl [%]
100	0,0002	0,0018	587
1000	0,0011	0,0168	1430
10000	0,0094	0,1647	1643
50000	0,0474	0,8366	1664

tab. 8.1 – výsledky přírůstků délky trhliny – extrémní přírůstky se stejnou četností, ale jiným pořadím cyklů – SKRIPTmaxmin.m

Řešením této úlohy pomocí skriptu „Mechanika“ metodou blok po bloku získáme výsledky uvedené v tab. 8.2:

n - počet základních cyklů	Δa [μm]
100	0,0018
1000	0,0169
10000	0,1673
50000	0,8359

tab. 8.2 – výsledky přírůstků délky trhliny pomocí skriptu Mechanika

Shrnutí příkladu 2:

Vypočítané hodnoty potvrzují, že vliv pořadí cyklů může být velmi významný, viz tab. 8.1. V případě základního cyklu o rozkmitu napětí 66 MPa s četností 50 000 cyklů a dvěma přetěžujícími cykly o rozkmitu napětí 100 MPa je vypočítaný rozdíl přírůstků délky trhliny až 1664 %. Tento rozdíl je způsoben faktem, že v případě nejmenšího přírůstku trhliny je přetěžující cyklus na počátku průběhu napětí. Tento přetěžující cyklus způsobí zvětšení plastické zóny v blízkosti čela trhliny. Tato zvětšená plastická zóna následně brání růstu trhliny, viz retardace kapitola 5.3.2 této práce. Naopak v případě největšího přírůstku působí přetěžující cykly až v samotném závěru průběhu napětí. Tyto výsledky jsou téměř shodné s metodami neuvažujícími pořadí cyklů, viz výsledky tab. 8.2. Z tohoto důvodu jsou metody neuvažující pořadí cyklů značně konzervativní, avšak skutečná zbytková únavová životnost může být mnohem vyšší.

9. ZÁVĚR

Předložená diplomová práce je zaměřena na odhad zbytkové únavové životnosti železničního dvojkolí. Z tohoto důvodu je první rešeršní část věnována základním pojmům z oblasti vysokocyklové únavy a zejména lineární elastické lomové mechanice pro popis chování tělesa s trhlinou. V této práci je použita koncepce součinitele intenzity napětí. Tato koncepce je v dnešní době jedna z nejpoužívanější konceptů lineární elastické mechaniky. Na konci rešeršní části byly popsány některé přístupy pro stanovení zbytkové únavové životnosti obecného tělesa s trhlinou.

Vlastní přínos této práce byl v implementaci přístupů lineární elastické lomové mechaniky obecného tělesa na zadané železniční dvojkolí. Prvním úkolem bylo zjistit kritické místo nápravy železničního dvojkolí, neboť v kritickém místě dochází k největšímu mechanickému namáhání a je zde největší pravděpodobnost iniciace trhliny. Namáhání v kritickém místě nápravy železničního dvojkolí nebylo možno z technických důvodů změřit a ani to nebylo cílem práce. Byla však k dispozici naměřená data z obdobné nápravy. Tato data (velikost rozkmitu napětí) bylo nutné přepočítat na zadané dvojkolí. Pomocí programu ANSYS bylo určeno statické zatížení, které by mělo odpovídat největší četnosti skutečných hodnot zatížení (modusu) daného železničního dvojkolí. Následně byla všechna uvažovaná data přenásobena konstantou odpovídající poměru vypočítaného statického zatížení daného železničního dvojkolí a modusu napětí z naměřených dat obdobné nápravy. Jelikož dostupná data podléhají duševnímu vlastnictví, musely být četnosti jednotlivých rozkmitů napětí poupraveny.

S předpokladem dominantního namáhání trhliny v módu I, byla pomocí programu ANSYS zjišťována závislost součinitele intenzity napětí K_I na délce trhliny a . Ze zjištěného průběhu se určila tvarová funkce Y_I , která je nutná k analytickým výpočtům zbytkové únavové životnosti. Poslední neznámou nutnou k analytickému výpočtu byly materiálové charakteristiky. Výrobce ocelí běžně udává pouze mez kluzu R_e , mez pevnosti R_m a několik dalších základních charakteristik. Únavové charakteristiky materiálu je velmi obtížné obstarat. Pokud je potřeba tyto charakteristiky znát, je nutné provést měření únavových charakteristik ve specializované laboratoři. V práci jsou použity únavové charakteristiky, které přibližně odpovídají uvažované třídě materiálů. Přesná data nemohla být z důvodu ochrany duševního vlastnictví použita, byť jsou odpovědným zaměstnancům ÚFM AV ČR známa.

Se znalostí vstupních dat, lze již analyticky řešit růst trhliny na železničním dvojkolí. Problém byl kvůli svému rozsahu řešen numerickým výpočtem. Za tímto účelem byl v programu Matlab vytvořen skript pojmenovaný „Mechanika“, který umí stanovit zbytkovou únavovou životnost obecného tělesa s trhlinou. Skript Mechanika umí pracovat jak se seřazenými průběhy napětí, tak i s neseřazenými průběhy napětí. V případě železničního dvojkolí, kdy byla ztracena informace o pořadí jednotlivých cyklů, byla ukázána část skriptu Mechanika, která pracuje s již seřazeným souborem dat napětí. Po zadání jednotlivých údajů do skriptu Mechanika, byla vybrána metoda „blok po bloku“, která vždy na začátku každého zátěžného bloku určí, které rozkmity z daného spektra jsou poškozující. Touto metodou bylo zjištěno, že dané železniční dvojkolí vydrží 246 bloků, viz výsledek z obr. 7.11. Jeden zátěžný blok obsahuje cca 360 000 zátěžných rozkmitů napětí od 50 do 190 MPa, viz tab. 6.4. Jeden blok odpovídá zhruba 1000 km. Z těchto výsledků lze říci, že iniciační trhlina o délce $a_0 = 1 \text{ mm}$ naroste na kritickou délku (dojde k lomu) během 246 000 km (246 bloků x 1000 km/blok).

Poslední část této práce byla věnována problematice vlivu pořadí cyklů v průběhu zatěžování na rychlost růstu trhliny. Závislost pořadí různě velkých cyklů je ukázána na

příkladech se 2 různými rozkmity napětí. Z uvedených výsledků vyplývá, že výsledné přírůstky trhliny se mohou lišit i o stovky procent u bloku se stejnými rozkmity napětí, ale s jiným pořadím cyklů. Pokud ovšem používáme metodu, která neuvažuje pořadí cyklů, stojíme na bezpečné straně, neboť tato metoda neuvažuje plastické zóny u čela trhliny. Tyto plastické zóny mají vliv na snížení rychlosti růstu trhliny (retardaci), a pokud jsou zanedbány, je odhadovaná rychlost růstu maximální, a tedy přístup je konzervativní.

Závěrem je možno konstatovat, že veškeré cíle stanovené v zadání diplomové práce byly splněny.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] ANDERSON, T. L. *Fracture mechanics: Fundamentals and application*. 2nd. London: CRC Press, 2000.
- [2] LAUSCHMANN, Hynek. *Mezní stavy I: únava materiálu*. Vyd. 2., přeprac. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2007, 71 s. ISBN 978-80-01-03671-6.
- [3] JANÍČEK, Přemysl. *Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky: hledání souvislostí: učební texty*. Brno: CERM, 2007, 1234 s. ISBN 978-80-7204-555-61.
- [4] KUNZ, Jiří. *Základy lomové mechaniky*, 2. přeprac. vyd. Praha: ČVUT, 1994, 172 s. ISBN 80-010-1215-8.
- [5] SHIGLEY, Joseph Edward, Charles R MISCHKE a Richard G BUDYNAS. *Konstruování strojních součástí*. 1. vyd. Editor Martin Hartl, Miloš Vlk. Brno: VUTUM, 2010, 1159 s. ISBN 978-80-214-2629-0.
- [6] Mechanika FS ČVUT Praha. [online]. [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: <http://mechanika2.fs.cvut.cz/>
- [7] Ústav materiálových věd: VUT Brno. [online]. [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: <http://ime.fme.vutbr.cz>
- [8] VLK, Miloš a Zdeněk FLORIAN. *Mezní stavy a spolehlivost*. Brno, 2007.
- [9] FLORIAN, Zdeněk. *Mezní stavy: přednášky*. Brno. Učební text. VUT Brno.
- [10] *Mechanika těles: pružnost a pevnost II*. 4. přeprac. vyd. Brno: CERM, 2006, 262 s. ISBN 80-214-3260-8.
- [11] MURAKAMI, Y. *Stress Intensity Factors Handbook. Volume 1*. 1 ed. Oxford: Pergamon Press, 1987, 640 s. ISBN 00-803-4809-2.
- [12] VLK, Miloš. *Mezní stavy a spolehlivost*. Brno: VUT, 1991.
- [13] KRATOCHVÍL, Ctirad. *Stochastická mechanika: učební text VUT Brno*. Brno.
- [14] Obrázek podvozku kolejového vozidla. In: [online]. [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: <http://www.bombardier.com>
- [15] Obrázek. In: [online]. [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: <http://www.fd.cvut.cz>
- [16] Metody spojování kolejnic. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: http://cs.wikipedia.org/wiki/Metody_spojov%C3%A1n%C3%AD_kolejnic
- [17] Nerovnost kolejí. In: [online]. [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: <http://www.prelozkabrezno.ic.cz/fotogalerie/finis006.JPG>
- [18] Rozchod kolejí. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: http://cs.wikipedia.org/wiki/Rozchod_kolej%C3%AD
- [19] ČOTA, Jan. *Nápravy kolejových vozidel: bakalářská práce*. Pardubice, 2008.
- [20] NÁHLÍK, Luboš; ŠEVČÍK, Martin, interní komunikace se zaměstnanci ÚFM AV ČR, v. v. i., březen 2012.
- [21] *Mechanika těles: pružnost a pevnost*. 3. přeprac. vyd. Brno: CERM, 2004, 287 s. ISBN 80-214-2592-X.
- [22] Generalized Willenborg model. [online]. [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: <http://www.scribd.com/doc/55541333/95/Generalized-Willenborg-Model>

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

a	délka trhliny	[m]
a_0	počáteční délka trhliny	[m]
a_c	kritická délka trhliny	[m]
a_d	dostředivé zrychlení	[m.s ⁻²]
a_{ovl}	ovlivněná délka od přetěžujícího cyklu	[m]
a_p	délka trhliny v okamžiku přetěžujícího cyklu	[m]
b	velikost vedlejší poloosy elipsy (rozměr tvaru trhliny)	[m]
b, h, t	rozměry 2D tělesa s trhlinou (kapitola 5)	[m]
c_0-c_5	konstanty tvarové funkce	[-]
f	frekvence zatěžování	[Hz]
g	gravitační zrychlení	[m.s ⁻²]
m	konstanta Wheelerova modelu	[-]
m_c	celková hmotnost působící zatěžující dvojkolí	[kg]
m_d	hmotnost dvojkolí	[kg]
m_n	hmotnost nákladu	[kg]
m_v	hmotnost prázdného vozidla bez dvojkolí	[kg]
p	počet náprav (dvojkolí) kolejového vozidla	[-]
r	vzdálenost malého elementu o kořene trhliny	[m]
u_x	posuv ve směru x	[m]
u_y	posuv ve směru y	[m]
u_z	posuv ve směru z	[m]
v	rychlost růstu trhliny	[m/cyklus]
v_T	rychlost tělesa (v našem případě dvojkolí)	[m/s]
w_s^*	rozměr plastické zóny	[m]
w_{sp}^*	rozměr plastické zóny v okamžiku přetěžujícího cyklu	[m]
A	1. konstanta Paris-Erdoganovy rovnice	[m/cyklus]
B	tloušťka tělesa s trhlinou (kapitola 3)	[m]
B	počet bloků do porušení	[-]
C_p	konstanta Wheelerova modelu	[-]
D	průměr nápravy v kritickém místě	[m]
F_{Ax}	vodorovná složka reakční síly v místě styku dvojkolí s kolejnicí	[N]
F_{Ay}	svislá složka reakční síly v místě styku dvojkolí s kolejnicí	[N]
F_L	zatížení v ložisku dvojkolí	[N]
F_{od}	odstředivá síla	[N]
$F_{od, dvojkolí}$	odstředivá síla působící na dvojkolí	[N]
K	součinitel intenzity napětí	[MPa√m]

K_c	kritická hodnota součinitele intenzity napětí	$[\text{MPa}\sqrt{\text{m}}]$
K_I	součinitel intenzity napětí v módu I	$[\text{MPa}\sqrt{\text{m}}]$
K_{IC}	kritická hodnota součinitele intenzity napětí v módu I	$[\text{MPa}\sqrt{\text{m}}]$
K_{II}	součinitel intenzity napětí v módu II	$[\text{MPa}\sqrt{\text{m}}]$
K_{III}	součinitel intenzity napětí v módu III	$[\text{MPa}\sqrt{\text{m}}]$
K_{max}	maximální hodnota součinitele intenzity napětí	$[\text{MPa}\sqrt{\text{m}}]$
$K_{max,p}$	maximum součinitele intenzity napětí, při přetížení	$[\text{MPa}\sqrt{\text{m}}]$
K_{min}	minimální hodnota součinitele intenzity napětí	$[\text{MPa}\sqrt{\text{m}}]$
K_{ot}	hodnota součinitele intenzity napětí odpovídající σ_{ot}	$[\text{MPa}\sqrt{\text{m}}]$
K_{th}	prahová hodnota součinitele intenzity napětí	$[\text{MPa}\sqrt{\text{m}}]$
L	délka tělesa s trhlinou	$[\text{m}]$
M_o	ohybový moment - VVÚ	$[\text{N.m}]$
M_{oz}	ohybový moment kolem osy z	$[\text{N.m}]$
N	axiální síla – VVÚ	$[\text{N}]$
$N(n)$	počet cyklů	$[-]$
N_f	počet cyklů do lomu	$[-]$
N_{fi}	počet cyklů i-té složky do lomu	$[-]$
N_i	počet cyklů i-té složky v daném bloku	$[-]$
PP	materiálová charakteristika Willenborgova modelu	$[-]$
R	poloměr kružnice (kapitola 6)	$[\text{m}]$
R	asymetrie cyklu	$[-]$
R_I	poloměr ohybu vnitřní kolejnice	$[\text{m}]$
R_2	poloměr ohybu vnější kolejnice	$[\text{m}]$
$R_e(\sigma_k)$	mez kluzu	$[\text{MPa}]$
R_m	mez pevnosti	$[\text{MPa}]$
$R_{p0,2}$	smluvní mez kluzu materiálu	$[\text{MPa}]$
$R_{y,p}$	poloměr plastické zóny po přetěžujícím cyklu	$[\text{m}]$
S	vyjádření stavu napjatosti (RN: $S = 2$, RD: $S = 6$)	$[-]$
T	posouvající síla – VVÚ	$[\text{N}]$
U	poměr mezi ΔK_{ef} a ΔK	$[-]$
W	šířka tělesa s trhlinou	$[\text{m}]$
W_o	průřezový modul v ohybu	$[\text{m}^3]$
Y_I	tvarová funkce pro korekci K_I	$[-]$
Y_{II}	tvarová funkce pro korekci K_{II}	$[-]$
Y_{III}	tvarová funkce pro korekci K_{III}	$[-]$
Δa_{max}	maximální přírůstek trhliny za daného počtu a velikostí cyklů	$[\text{m}]$

Δa_{min}	minimální přírůstek trhliny za daného počtu a velikostí cyklů	[m]
ΔK	rozkmit součinitele intenzity napětí	[MPa \sqrt{m}]
ΔK_{ef}	efektivní hodnota rozkmitu součinitele intenzity napětí	[MPa \sqrt{m}]
ΔK_{th}	prahová hodnota ΔK při asymetrii $R = 0$	[MPa \sqrt{m}]
$\Delta \sigma$	rozkmit napětí	[MPa]
α	2. konstanta Paris-Erdoganovy rovnice	[-]
α_g	součinitel koncentrace napětí – vztaženo k neoslabenému průřezu	[-]
α_n	součinitel koncentrace napětí – vztaženo k oslabenému průřezu	[-]
σ	napětí	[MPa]
σ_a	amplituda napětí	[MPa]
σ_c	mez únavy	[MPa]
σ_m	střední napětí	[MPa]
σ_{max}	maximální napětí	[MPa]
σ_{min}	minimální napětí	[MPa]
σ_n	nominální napětí	[MPa]
$\sigma_{o,n}$	nominální napětí v ohybu	[MPa]
σ_{ot}	otevírací napětí	[MPa]
σ_{red}	redukované napětí	[MPa]
σ_{xx}	x - složka tenzoru napětí	[MPa]
σ_{yy}	y - složka tenzoru napětí	[MPa]
$\sigma_{o,max}^{MKP}$	max. napětí v krajním vlákne nápravy z MKP výpočtu	[MPa]
$\sigma_{o,max}^{analyt.}$	max. napětí v krajním vlákne nápravy z analytického výpočtu	[MPa]
σ_{th,a_0}	prahová hodnota napětí při počáteční délce trhliny	[MPa]
τ_{xy}	smyková složka tenzoru napětí	[MPa]
θ	úhel natočení polohového vektoru r	[rad]
ω	úhlová rychlost	[rad/s]

SEZNAM PŘÍLOH:

- příloha s řešenými příklady pomocí skriptu Mechanika
- DVD obsahující:
 - elektronickou verzi této diplomové práce ve formátu .pdf
 - přílohu s řešenými příklady pomocí skriptu Mechanika ve formátu .pdf
 - skript Mechanika (pro výpočet zbytkové únavové životnosti v programu Matlab)
 - užité obrázky z této diplomové práce